

6 Anwendung nichtlinearer Berechnungsverfahren

6.1 Längsverformungen von Balkentragwerken

Infolge Schwinden und Abfließen der Hydratationswärme verkürzen sich Platten und Balken aus Stahlbeton im Laufe der Zeit in Längsrichtung. Ist eine freie Verformung infolge einer dehnbehindernden Lagerung nicht möglich, werden Zwangsnormalkräfte im Tragwerk auftreten. Trotz der sehr kleinen behinderten Relativverschiebungen der Auflager von teilweise unter einem Millimeter können sich durch die hohe Dehnsteifigkeit relativ hohe Beanspruchungen ergeben.

Wichtige Maßnahmen zur Reduktion derartiger Zwangsbeanspruchungen sind unter anderem die Verwendung eines schwindarmen Betons und vor allem bei größeren Tragwerken die Aufteilung in Betonierabschnitte. Da bereits ca. 20% der gesamten Schwinddehnung in den ersten 28 Tagen auftreten, kann sich für diesen Anteil eine ungehinderte Verkürzung des Tragwerks einstellen (Bild 6.1, links). Auch die Verwendung eines Zements mit niedriger Wärmeentwicklung bei der Hydratation verringert die Zwangsbeanspruchungen, da die Differenz zwischen maximaler Temperatur beim Abbinden des Betons und späterer Umgebungstemperatur verringert wird.

Wird eine dehnbehindernde Lagerung ausgeführt, so sollte die Ermittlung der Zwangsbeanspruchungen möglichst wirklichkeitsnah erfolgen. Bei einer einfachen Rechnung mit dem linear-elastischen Wert der Dehnsteifigkeit EA werden die wirkenden Normalkräfte stark überschätzt. Auch eine pauschale Abminderung des Wertes EA auf z.B. 50%, um das Aufreißen näherungsweise zu berücksichtigen, liefert nur in Ausnahmefällen richtige Ergebnisse und ist daher maximal im Entwurfsstadium als grobe Näherungsrechnung zu gebrauchen. Genauere Ergebnisse liefert eine Rechnung unter Berücksichtigung des nichtlinearen Verhaltens von Stahlbeton, wie dies in Bild 6.1 (rechts) dargestellt ist.

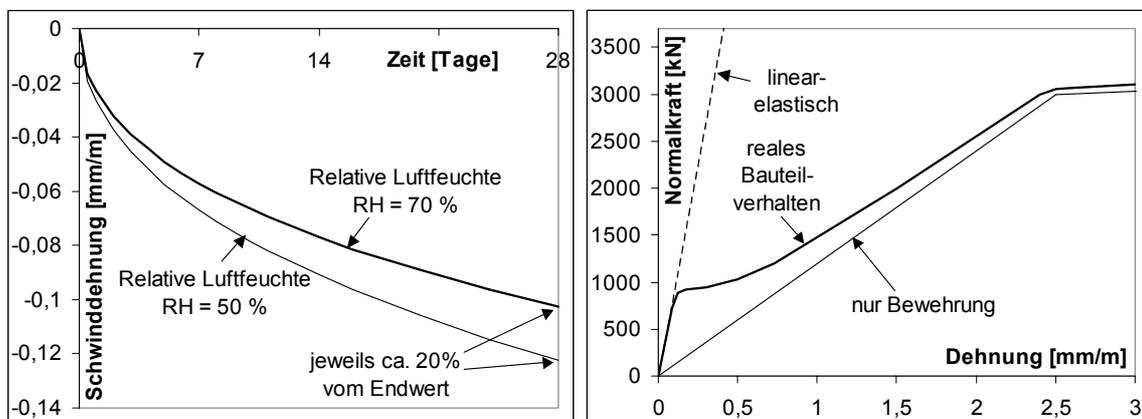


Bild 6.1 Zeitabhängige Entwicklung der Schwinddehnung (links), Abhängigkeit der Normalkraft von der Dehnung (rechts)

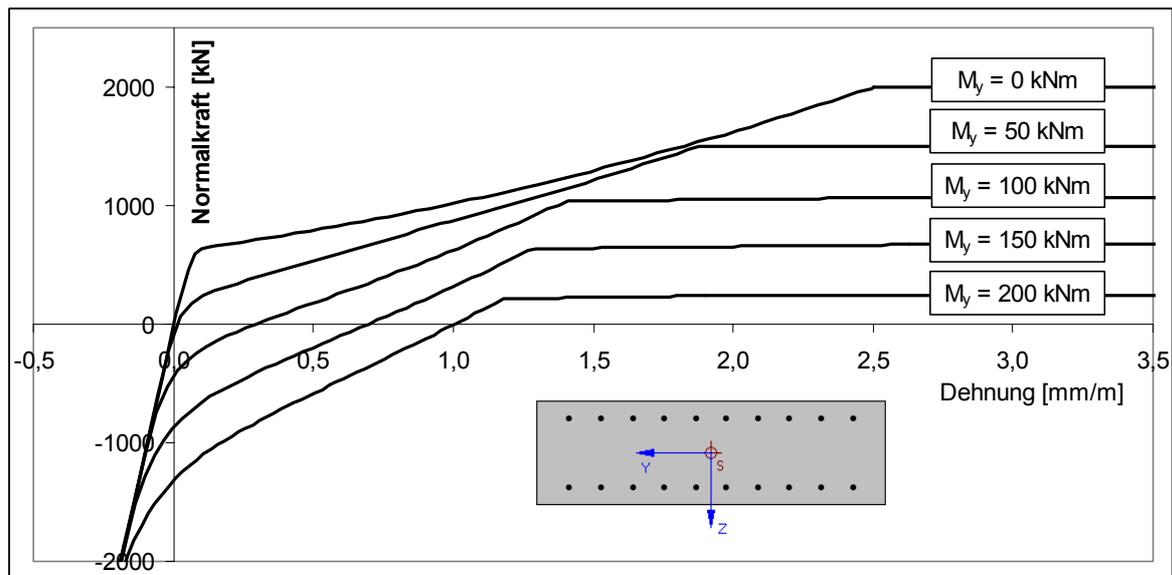


Bild 6.2 Normalkraft-Dehnungs-Linien für verschiedene Biegemomente für einen R2-Querschnitt ($b / h / d_{1,2} = 100 / 30 / 5$ [cm], $A_s = 40$ cm², C 30/37, BSt 500)

Aber auch der in Bild 6.1 (rechts) abgebildete Zusammenhang zwischen Dehnung und Normalkraft gilt nur dann, wenn keine weiteren Beanspruchungen vorhanden sind. Durch den Einfluss eines Biegemoments ändern sich die Normalkraft-Dehnungs-Linien, wie dies in Bild 6.2 beispielhaft gezeigt ist. Für größere Biegemomente sieht man, dass bereits bei einer Normalkraft von $N_x = 0$ kN eine positive Dehnung auftritt, was auf das Aufreißen des Querschnitts unter Biegebeanspruchung zurückzuführen ist. Die resultierende Dehnungs- und Spannungsverteilung im Querschnitt ist nicht mehr symmetrisch (Bild 6.3).

Dieses Verhalten wurde bereits in Kapitel 5.1 bei der Versuchsnachrechnung eines Einfeldträgers beschrieben, der sich bei Biegebeanspruchung infolge des Aufreißens bereits im Gebrauchszustand verlängerte. Infolgedessen können durch diesen Effekt bei dehnbehindernder Lagerung des Systems die Zwangskräfte reduziert und im Grenzzustand der Tragfähigkeit meist sogar vollständig abgebaut werden.

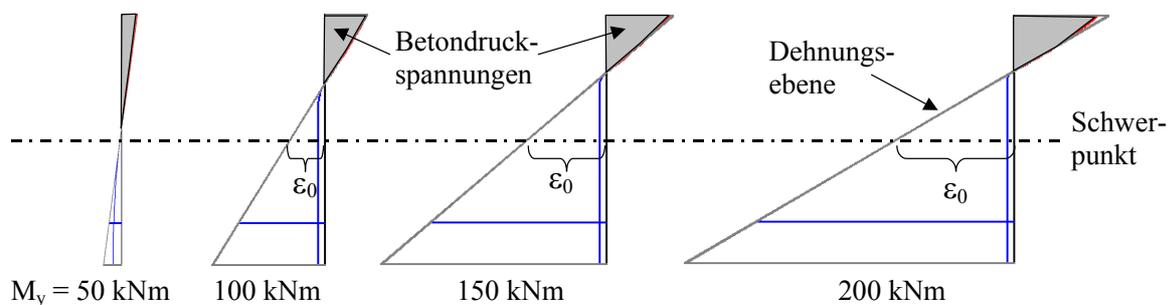


Bild 6.3 Dehnungs- und Spannungszustände für $N_x = 0$ kN und Biegemomente M_y

Die genannten Effekte Schwinden und Aufreißen des Querschnitts haben den größten Einfluss auf die Längenänderung eines Balkens. Aber auch die Effekte aus Theorie 3. Ordnung, Kriechen des Betons oder die Verringerung der versteifenden Mitwirkung unter Dauerbeanspruchung sollten bei einer genaueren Betrachtung von Zwangsbeanspruchungen in dehnbehinderten Systemen nicht vernachlässigt werden. Somit ergeben sich folgende wichtige Einflüsse, die eine Verkürzung des Balkens bzw. die Verkleinerung des Auflagerabstands zur Folge haben:

- Vertikale Verformung ⇒ Infolge einer vertikalen Verformung des Balkens bewegen sich die Endpunkte des Balkens aufeinander zu (Einfluss aus Theorie 3. Ordnung).
- Schwinden ⇒ Durch Trocknungsschwinden verringert sich das Volumen des Bauteils und der Balken wird kürzer.
Eine weitere Verkürzung ergibt sich durch die resultierende größere vertikale Verformung des Balkens, da sich bei Biegebeanspruchung eine größere Verkrümmung einstellt.
- Kriechen des Betons ⇒ Durch das Kriechen des Betons werden die Stauchungen im Querschnitt auf der Druckseite größer. Die dadurch bedingte Veränderung der Dehnungsebene ergibt eine geringe Verkleinerung des inneren Hebelarms sowie eine Verringerung der Dehnung im Schwerpunkt.
Ein wesentlicher Anteil ergibt sich durch die größere vertikale Verformung, da sich auch hier bei einer Biegebeanspruchung eine größere Verkrümmung ergibt.
- Abfließen der Hydratationswärme ⇒ Einige Stunden bis einige Tage nach dem Betonieren erwärmt sich das Bauteil durch die Hydratation des Zements, wobei zu diesem Zeitpunkt bereits eine gewisse Festigkeit erreicht wird. Kühlt das Bauteil anschließend auf Umgebungstemperatur ab, dann zieht es sich aufgrund der thermischen Dehnung zusammen.

Andererseits sind folgende Effekte dafür verantwortlich, dass sich der Balken verlängert bzw. eine Vergrößerung des Auflagerabstands hervorgerufen wird:

Aufreißen des Querschnitts \Rightarrow Durch das Aufreißen des Betons ergibt sich im Schwerpunkt des Querschnitts eine positive Dehnung, die insgesamt zu einer Verlängerung des Balkens führt.

Verminderung der versteifenden Mitwirkung des Betons \Rightarrow Die Festigkeit des Betons auf Zug bei ständiger Belastung ist geringer als bei einer nur kurzzeitig wirkenden Last. Dadurch werden sich im Laufe der Zeit zusätzliche Risse bilden und vorhandene Risse größer werden. Auch durch temporär einwirkende höhere Verkehrslasten werden sich im Tragwerk zusätzliche und größere Risse bilden, die zu einer Vergrößerung der Achsendehnung führen.

Überhöhung des Balkens \Rightarrow Wird der Stahlbetonbalken überhöht hergestellt, so hat dieser eine geringfügig größere Länge als ein exakt gerader Balken. Dadurch ergibt sich bei üblichen Verformungen im Gebrauchszustand eine geringe Vergrößerung des Auflagerabstands sowie im Grenzzustand der Tragfähigkeit eine Reduzierung der Horizontalverkürzung.

Staffelung der Bewehrung \Rightarrow Durch eine Staffelung der Bewehrung werden sich auch in Bereichen mit kleineren Biegebeanspruchungen größere Verkrümmungen ergeben. Dadurch steigt die Achsendehnung an, jedoch auch die vertikale Verformung.

Zur Untersuchung der Einflüsse, die zum Aufbau der Zwangskräfte und zu ihrer Reduktion beitragen, wird im folgenden ein nicht dehnbehindert gelagerter Einfeldträger betrachtet. Bei einem derartigen System lassen sich die Auswirkungen der genannten Aspekte relativ gut getrennt voneinander untersuchen. Die Untersuchung erfolgt sowohl für gelenkige als auch eingespannte Lagerung.

Erst im darauf folgenden Kapitel wird ein dehnbehindertes System betrachtet, an dem weitere Ergebnisse erläutert werden.

6.1.1 Einfluss der Vertikalverformung eines Balkens und Wirkung einer Überhöhung

In der üblichen Baustatik wird der Einfluss großer Verformungen, auch als Theorie 3. Ordnung bezeichnet, im Normalfall nicht berücksichtigt. Mit der Annahme einer geometrisch linearen Biegetheorie, das heißt, dass die Länge des unverformten Stabelements identisch mit der Sehnenlänge des verformten Elements ist, ergibt sich bei Balkentragwerken für baupraktische Belange eine genügend genaue Lösung. Erst bei Seiltragwerken, bei denen ein wesentlicher Anteil der Tragwirkung erst im stark verformten System aktiviert wird, müssen diese Effekte berücksichtigt werden.

Auch zur genaueren Untersuchung der horizontalen Relativverschiebung von Auflagern muss dieser Anteil erfasst werden. In Bild 6.4 ist das Verhalten für einen 10 m langen Einfeldträger beispielhaft dargestellt. Bereits für Verformungen im Gebrauchszustand ($w_{\text{vertikal}} = 30$ bis 60 mm) ergeben sich relevante Auflagerverschiebungen von $w_{\text{horizontal}} = 0,25$ bis $0,9$ mm, die bei einem dehnbehindert gelagerten System eine Zwangsnormalkraft verursachen würden. Zum Vergleich dazu beträgt der Anteil der Verkürzung infolge Schwinden 3 bis 6 mm.

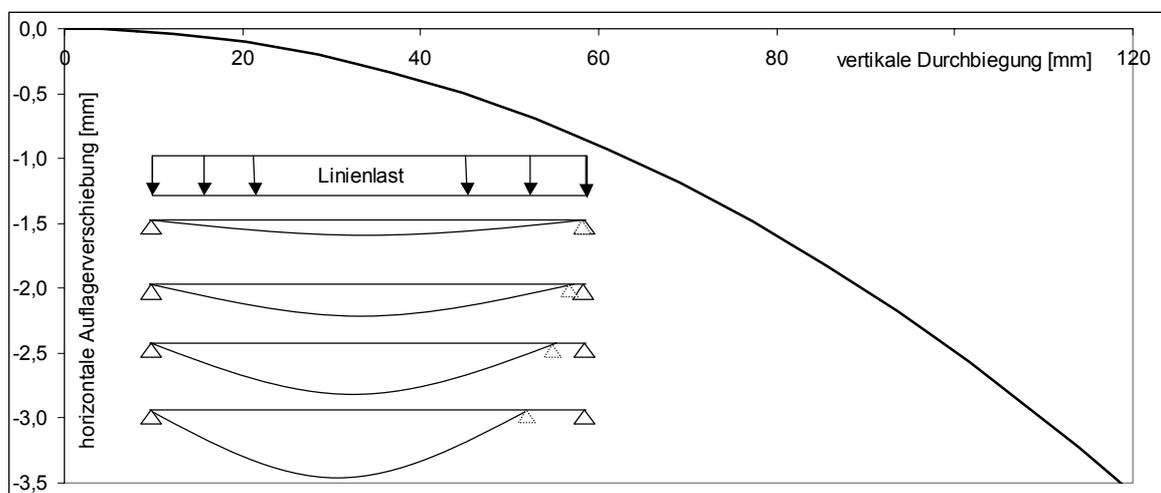


Bild 6.4 Einfluss der Vertikalverformung auf die horizontale Auflagerverschiebung, gelenkig gelagerter Einfeldträger mit $l_{\text{eff}} = 10$ m

Durch Berücksichtigung einer Überhöhung in Feldmitte, wie sie auf der Baustelle häufig ausgeführt wird, kann der Anteil der horizontalen Auflagerverschiebung jedoch minimiert werden. Durch die Überhöhung hat der Balken, entlang seiner Schwerlinie gemessen, eine geringfügig größere Länge als ein exakt gerader Balken. Verformt sich das System um den Betrag der Überhöhung, dann werden sich die Auflager ein wenig voneinander weg bewegen. Für dehnbehindert gelagerte Systeme bedeutet dies bei kleinen vertikalen

Verformungen den Aufbau einer Drucknormalkraft bzw. bei Berücksichtigung des Schwindens eine Verkleinerung der Zugkraft. Die maximale Verlängerung, die sich durch die Überhöhung des Balkens ergibt, bewegt sich meist in Bereichen kleiner als 1 mm und lässt sich für einen gelenkig gelagerten Einfeldträger unter der Annahme einer kreisförmigen Überhöhung zu

$$\Delta l = \arctan\left(\frac{\ell}{2 \cdot (\ell^2 / (8 \cdot w) - w)}\right) \cdot \frac{\ell^2}{4 \cdot w} - \ell \quad (6.1)$$

berechnen. Die Herleitung der Formel ist im Anhang A4 zu finden. Für die maximal zulässige Überhöhung von $L/250$ ergibt sich eine Längendifferenz von

$$\Delta l = \ell \cdot 4,266338 \cdot 10^{-5} . \quad (6.2)$$

In den Bildern 6.5 und 6.6 sind die Unterschiede der horizontalen Verformung für einen 10 m langen, gelenkig gelagerten Einfeldträger mit und ohne Überhöhung dargestellt, wobei sich vor allem im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei sehr großen vertikalen Verformungen der Effekt der Verkürzung stark bemerkbar macht.

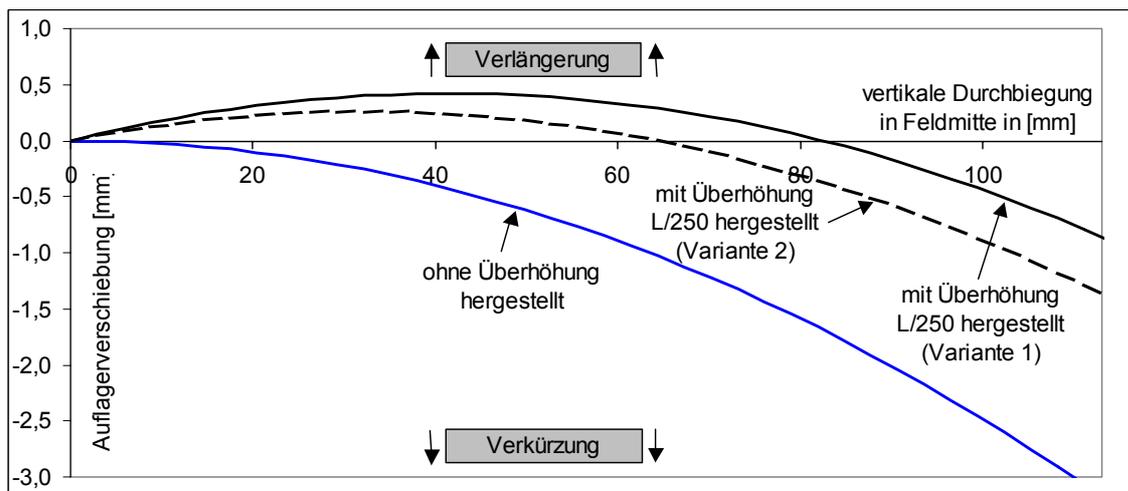


Bild 6.5 Einfluss der Vertikalverformung auf die horizontale Auflagerverschiebung, gelenkig gelagerter Einfeldträger mit $\ell_{\text{eff}} = 10$ m, Varianten 1 / 2 siehe Bild 6.6

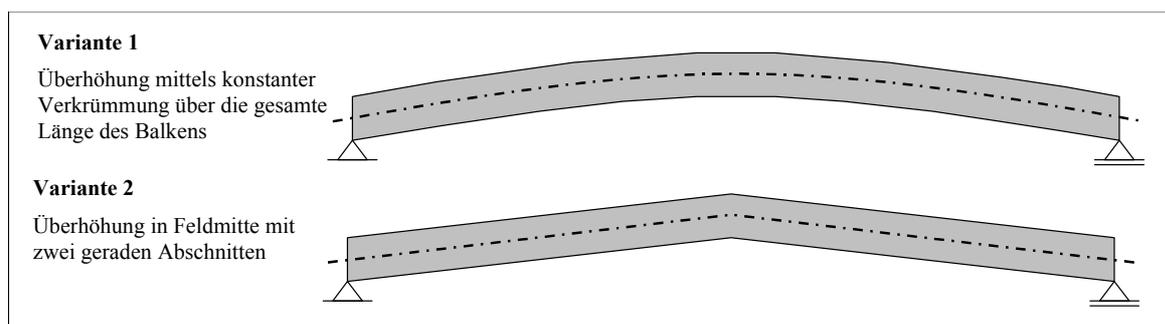


Bild 6.6 Varianten 1 und 2 für die Herstellung einer Überhöhung

Wie in Bild 6.8 zu sehen ist, hängt das Ergebnis der Auflagerverschiebung empfindlich davon ab, wie groß die Überhöhung des Balkens ausgeführt wurde. Der in Bild 6.7 gezeigte Einfeldträger mit einer Länge von $\ell = 8,90$ m wird dazu bis zum Grenzzustand der Tragfähigkeit belastet, wobei sich eine vertikale Durchbiegung in Feldmitte von $w_{\text{Feld}} \approx 205$ mm ergibt. Je nach Anfangsüberhöhung resultieren daraus horizontale Auflagerverschiebungen zwischen $w_x = 1,2$ mm und $w_x = 8,7$ mm. Die Verlängerung des Balkens entlang seiner Schwerlinie infolge Längsdehnung bei Biegebeanspruchung beträgt für die Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit zum Vergleich $\Delta \ell \approx 12$ mm.

Berücksichtigt man für dieses Beispiel das Schwinden des Balkens mit einer Verkürzung zwischen 3 und 6 mm, dann folgt für ein dehnbehindert gelagertes System, dass erst bei einer Überhöhung größer als $L/500$ bzw. größer als $L/250$ keine Zugkräfte mehr auftreten werden. Erst dann wird der Zwang infolge Schwinden im Grenzzustand der Tragfähigkeit komplett abgebaut, wie dies bei einem üblichen statischen Nachweis im Normalfall vorausgesetzt wird.

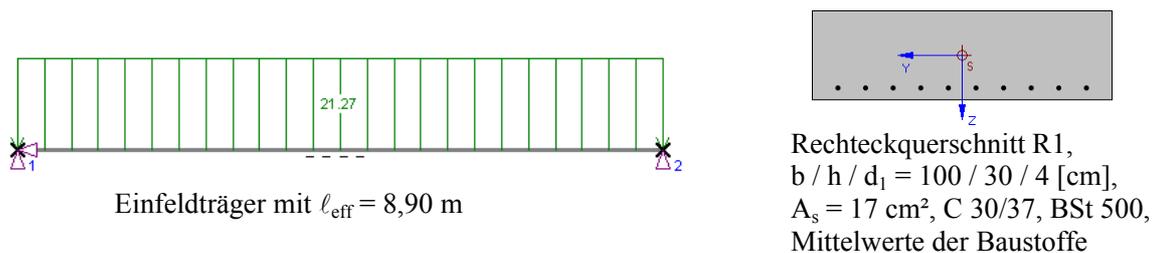


Bild 6.7 System und Querschnitt

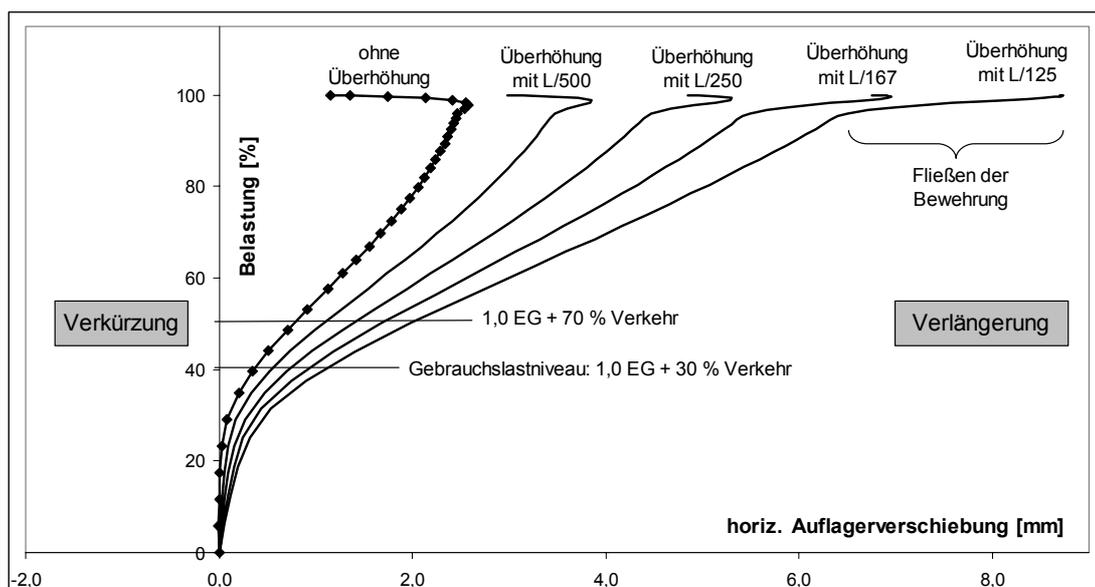


Bild 6.8 Diagramm Belastung - horizontale Auflagerverschiebung, System in Bild 6.7

Wird für das Beispiel aus Bild 6.7 die Spannweite auf jetzt $l_{\text{eff}} = 10,0$ m erhöht, dann wächst der Einfluss der vertikalen Durchbiegung auf die horizontale Verformung weiter an. Dies führt sogar dazu, dass sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit die Auflager wieder aufeinander zu bewegen und einen kleineren Abstand als zu Beginn der Belastung haben (Bild 6.9). Um einen kompletten Abbau der Zwangsbeanspruchungen bei einem dehnbehinderten System zu erhalten, müsste die Überhöhung jetzt größer als $L / 250$ bzw. $L/167$ sein, was die Empfehlungen der Norm (DIN 1045-1) überschreitet.

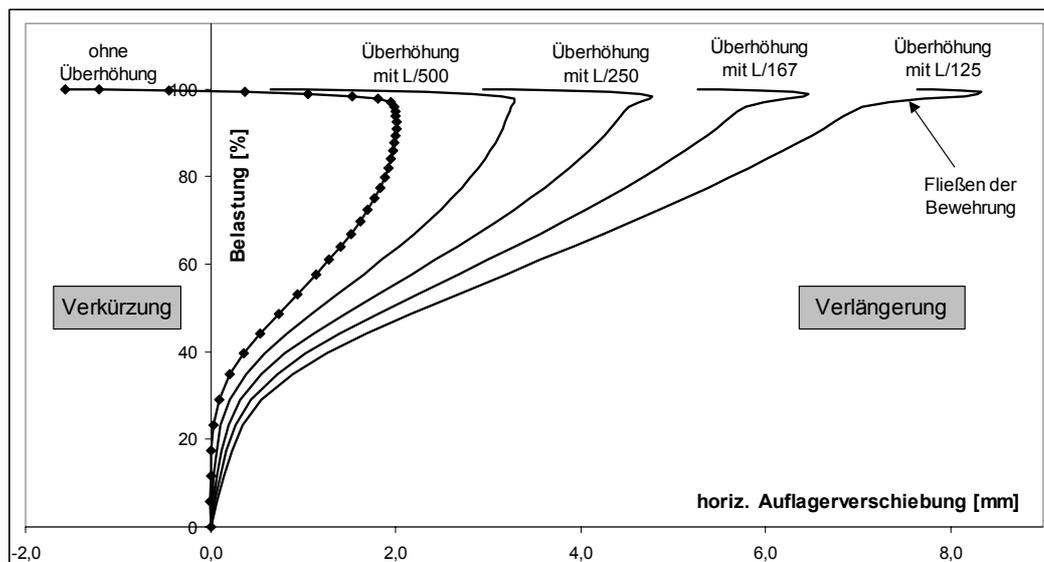


Bild 6.9 Diagramm Belastung - horizontale Auflagerverschiebung für $l_{\text{eff}} = 10,0$ m

Kann eine Überhöhung im Stahlbau noch mit einer relativ hohen Genauigkeit hergestellt werden, so ist dies im Stahlbetonbau unter üblichen Baustellenbedingungen meist schwieriger. Zur Herstellung einer Überhöhung wird die Schalung im Hochbau meist horizontal eingemessen, die Bewehrung verlegt und vor dem Betonieren die mittleren Hilfsstützen durch ein bis zwei Umdrehungen an der Verschraubung verlängert. Eine genauere Einstellung der Überhöhung wird im Normalfall nicht durchgeführt. Beim anschließenden Betonieren muss darauf geachtet werden, dass die Betonoberfläche nicht genau waagrecht abgezogen wird, sondern ebenfalls der Form der Überhöhung folgt (Bild 6.10). Andernfalls würde sich genau in Feldmitte, also einem Bereich mit hohen Beanspruchungen, ein Querschnitt mit verringerten Abmessungen ergeben. Beeinflusst diese geometrische Abweichung bei Balkentragwerken die Querschnittstragfähigkeit und auch das Verformungsverhalten nur minimal, so werden sich bei den kleineren Abmessungen von Platten bereits deutliche Unterschiede zeigen.



Bild 6.10 Herstellung einer Überhöhung im Stahlbetonbau

Durch die beschriebene Vorgehensweise bei der Herstellung einer Überhöhung ergeben sich meist zwei gerade Balkenabschnitte, so dass für die weiteren Untersuchungen diese Form der Überhöhung benutzt wird.

6.1.2 Einfluss der Achsendehnung bei Biegebeanspruchung

Infolge der vergleichsweise kleinen Betonzugfestigkeit reißt ein Stahlbetonquerschnitt bereits bei relativ kleinen Biegebeanspruchungen planmäßig auf, so dass die Bewehrung die Zugkräfte übernimmt. In Abhängigkeit von der Beanspruchung und von den Eigenschaften des Querschnitts wird der resultierende Dehnungszustand in den meisten Fällen eine positive Dehnung im Schwerpunkt des Querschnitts aufweisen, so dass sich der Balken in diesem Bereich verlängert. Die wichtigsten Einflussfaktoren werden im folgenden kurz erläutert und diskutiert.

Bewehrungsgehalt in der Zug- und Druckzone und Betonfestigkeit

In den Diagrammen in Bild 6.11 sind die grundlegenden Zusammenhänge und Abhängigkeiten für die Dehnung im Schwerpunkt eines Rechteckquerschnittes dargestellt. Die Rechnung für diese Diagramme und auch die Ermittlung des Biegemoments M_{\max} erfolgte mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften, so dass das Bemessungsmoment M_{Rd} bei ca. 70 bis 85% von M_{\max} liegt. Insofern bewegen sich die Beanspruchungen im Gebrauchszustand in etwa im Bereich bis 50% von M_{\max} .

Für kleine Bewehrungsverhältnisse, wie sie bei Platten im Hochbau üblich sind, hat die versteifende Mitwirkung des Betons in der gerissenen Zugzone einen großen Einfluss, da die Betonzugkraft im ungerissenen Zustand im Vergleich zur Kraft in der Zugbewehrung relativ groß ist. Somit wird der Querschnitt bei Beanspruchungen im Gebrauchszustand

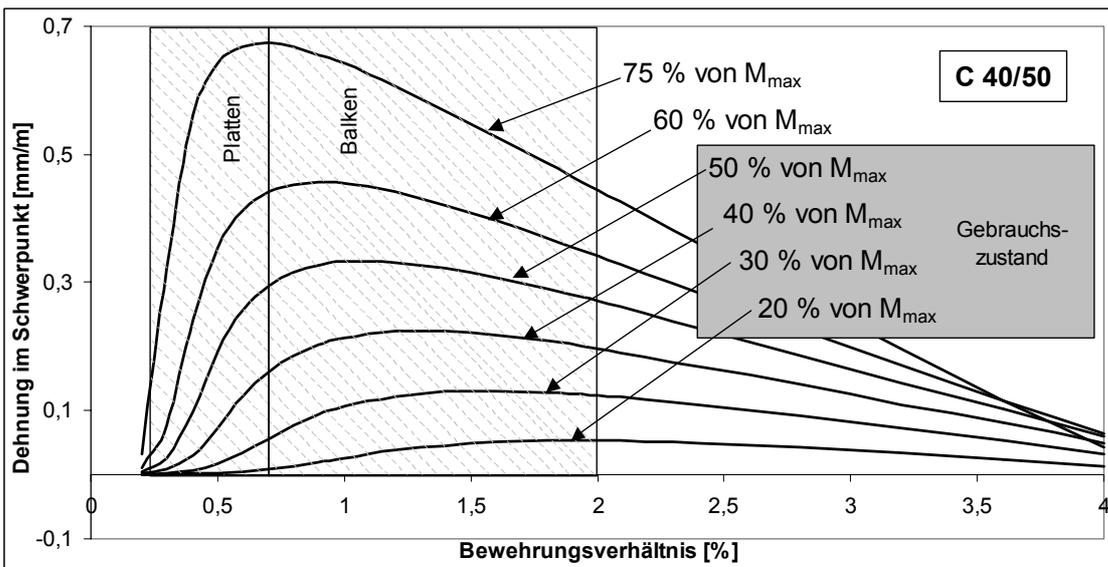
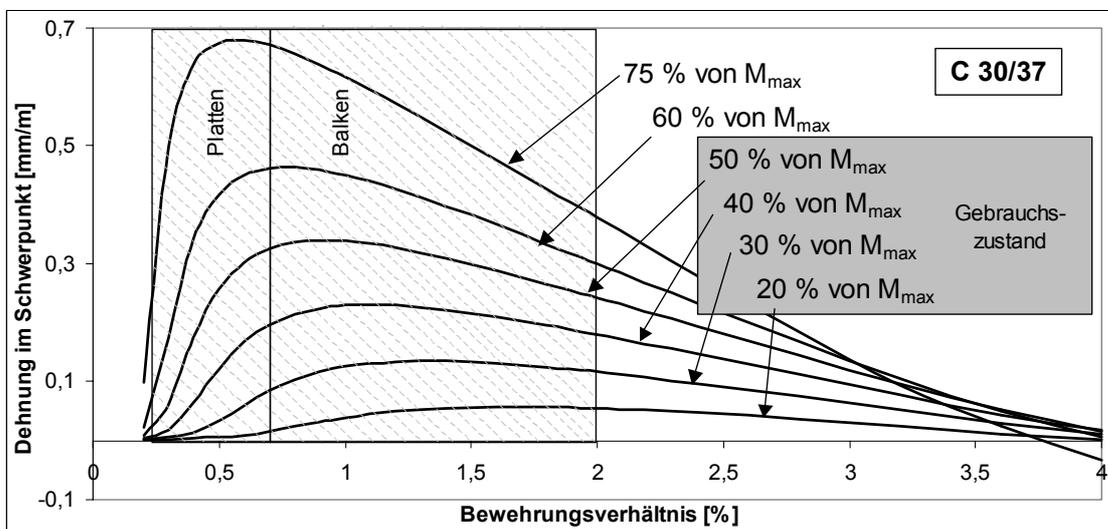
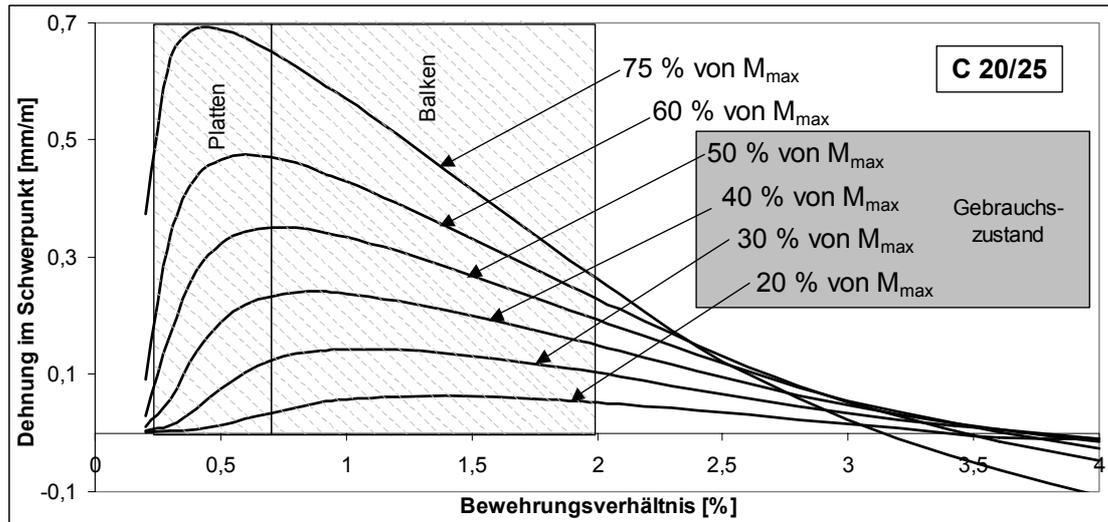


Bild 6.11 Abhängigkeit der Dehnung im Schwerpunkt vom Bewehrungsverhältnis $\rho = A_s / (b \cdot h)$ für verschiedene Betonsorten, Querschnitt R1 mit $d_1 / h = 0,1$, BSt 500, Rechnung mit Mittelwerten

nur wenig aufreißen, so dass sich kleine mittlere Verkrümmungen und damit auch relativ kleine Dehnungen im Schwerpunkt des Querschnitts ergeben. Mit steigender Betonfestigkeit nimmt die Zugfestigkeit und damit auch die versteifende Mitwirkung zu, so dass sich für den Beton mit der geringsten Festigkeit (C 20/25) die größten Dehnungen einstellen.

Größere Bewehrungsverhältnisse werden üblicherweise für Balken angestrebt, um vor allem den Beton besser auszunutzen. Die Kraft in der Bewehrung im Gebrauchszustand ist damit deutlich größer geworden, so dass in Relation dazu die Betonzugkraft und damit auch die versteifende Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone kleiner ausfällt. Der Querschnitt reißt bis oberhalb seines Schwerpunkts auf, die Dehnungen im Schwerpunkt steigen demzufolge an.

Bei weiter steigender Bewehrungsmenge macht sich der Einfluss der zunehmenden Größe der Betondruckzone bemerkbar (siehe Bild 6.12). Die Dehnungsnulllinie befindet sich jetzt entsprechend weiter unten und ab einer bestimmten Bewehrungsmenge sogar unterhalb des Schwerpunkts, so dass sich negative Dehnungen ergeben. In diesem Bereich wird allerdings auch die Fließgrenze der Bewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht mehr erreicht, so dass dieser Abschnitt aus wirtschaftlichen Gründen keine praktische Anwendung finden wird.

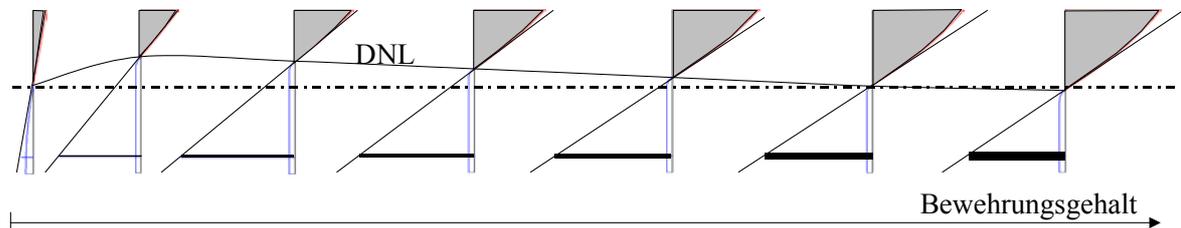


Bild 6.12 Dehnungs- und Spannungszustände im Gebrauchszustand ($M = 50\% \cdot M_{\max}$) bei steigendem Bewehrungsgehalt in der Zugzone

Nachteilig in Bezug auf die Reduktion von Zwangsbeanspruchungen wirkt es sich im Anwendungsbereich der Platten aus, dass der Querschnitt bei erstmaliger Belastung für Biegemomente kleiner als ca. 30 bis 40% von M_{\max} noch nahezu ungerissen ist, sich also nur eine sehr kleine Dehnung ergibt. Damit findet eine Verlängerung des Tragwerks infolge Achsendehnung bei Biegebeanspruchung nur in den sehr kleinen Bereichen der maximalen Biegemomente statt. Günstigere Verhältnisse ergeben sich jedoch im bevorzugten Anwendungsgebiet für Balken, da hier der Querschnitt bereits bei Beanspruchungen mit 20% von M_{\max} aufreißt.

Die Anordnung von zusätzlicher Druckbewehrung vergrößert bei gleicher Biegebeanspruchung den inneren Hebelarm, da sich der Schwerpunkt der Druckkraft im

Vergleich weiter oben befindet. Demzufolge ergeben sich auch größere Dehnungen im Schwerpunkt des Querschnitts.

Bei kleinen Bewehrungsverhältnissen führt dieser Aspekt nur zu sehr geringen Veränderungen, da einerseits der Einfluss der versteifenden Mitwirkung der Betonzugzone überwiegt und andererseits die Dehnungsnulllinie sehr nahe bei der Druckbewehrung liegt. Die Dehnungen und Spannungen in der Druckbewehrung sind durch den geringen Abstand zur DNL sehr klein, so dass sich der innere Hebelarm und der resultierende Dehnungszustand nur unwesentlich verändern.

Erst bei größeren Bewehrungsverhältnissen (ca. $\rho_{\text{Zugzone}} > 1,0\%$) macht sich eine zusätzliche Anordnung von Druckbewehrung in Bezug auf die Reduktion von Zwangsbeanspruchungen positiv bemerkbar. Durch die Druckbewehrung werden die Betondruckspannungen verringert, so dass die Größe der Betondruckzone abnimmt. Der innere Hebelarm nimmt entsprechend zu. Dadurch vergrößert sich aber auch die Dehnung im Schwerpunkt des Querschnitts.

In Bild 6.13 ist die Achsendehnung in Abhängigkeit vom bezogenen Biegemoment dargestellt. Mit der dünnen Linie ist der Zusammenhang für einen Querschnitt nur mit Zugbewehrung gekennzeichnet, die dickere Linie kennzeichnet die Berechnungen für einen Querschnitt, bei dem die Druckbewehrung jeweils 50% der Zugbewehrung beträgt. Da die Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons für die Mittelwerte der Baustoffeigenschaften nicht skalierbar sind, gilt dieses Diagramm nur für einen Beton C 30/37 genau, für alle anderen Betonsorten nur als Näherung.

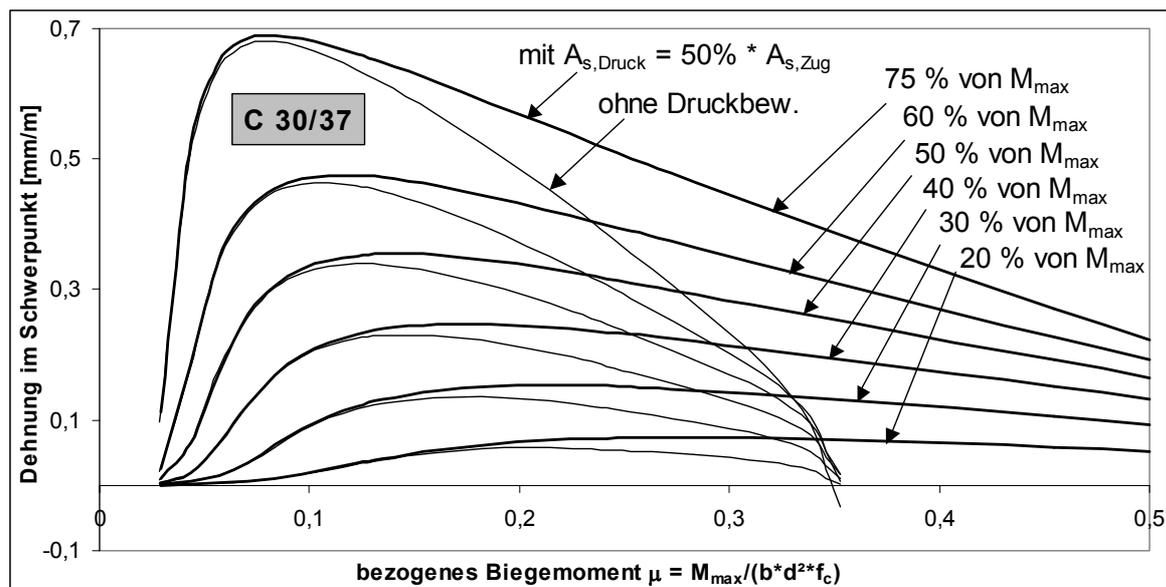


Bild 6.13 Abhängigkeit der Schwerpunktsdehnung vom bezogenen Biegemoment für die Variationen der Druckbewehrung $A_{s,\text{Druck}} = 0$ und $A_{s,\text{Druck}} = 50\% \cdot A_{s,\text{Zug}}$

Form und Größe der Zugzone

Bei Plattenbalken mit Zugbewehrung im Steg ist die Betonzugzone im Gegensatz zum Rechteckquerschnitt R1 stark reduziert, so dass sich bei Biegebeanspruchung die versteifende Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone ebenfalls verringert. Aus diesem Grund reißt der Querschnitt früher und weiter auf. Die Achsendehnung vergrößert sich vor allem für bezogene Biegemomente bis ca. $\mu = 0,25$, was einem Bewehrungsverhältnis bis ca. $\rho = 2,0\%$ entspricht.

In Bild 6.14 ist dies beispielhaft für einen Plattenbalken dargestellt (dicke Linie), dessen Steg auf ein Drittel der ursprünglichen Breite reduziert wurde. Analog wurde die Höhe der Platte festgelegt. Die Ergebnisse für einen Rechteckquerschnitt R1 sind zum besseren Vergleich mit der gestrichelten Linie eingezeichnet. Als Bezugspunkt für die Achsendehnung wurde der Schwerpunkt des Rechteckquerschnitts gewählt.

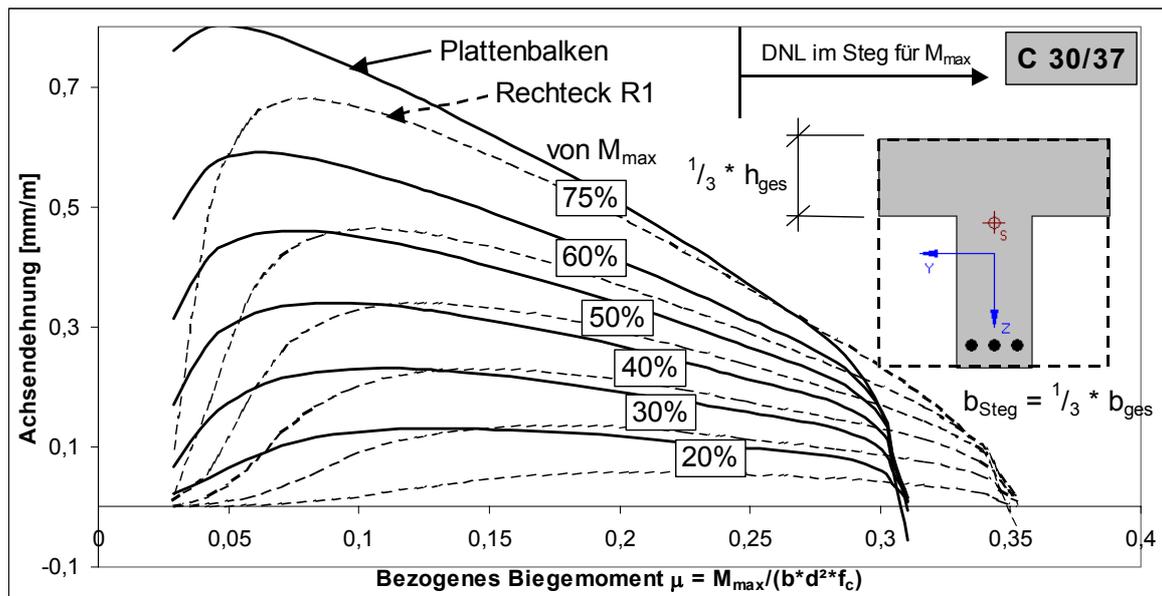


Bild 6.14 Vergleich der Achsendehnung für einen Plattenbalken mit Druckzone in der Platte ($b_{\text{Steg}} = \frac{1}{3} \cdot b_{\text{ges}} / h_{\text{Platte}} = \frac{1}{3} \cdot h_{\text{ges}}$) und Rechteckquerschnitt R1; $d_1/h_{\text{ges}}=0,1$

Die Ergebnisse für größere bezogene Biegemomente (entsprechend $\rho > 2,0\%$) sind von untergeordneter Bedeutung, da diese Bewehrungsmengen im Steg des Plattenbalkens häufig nicht untergebracht werden können. In diesem Bereich ($\rho > 2\%$) befindet sich die Dehnungsnulllinie im Grenzzustand der Tragfähigkeit bereits im Steg, so dass für die Betondruckzone weniger Fläche zur Verfügung steht als bei einem äquivalenten Rechteckquerschnitt. Als Folge davon muss sich die Druckzonenhöhe weiter vergrößern, was sich in einer Verringerung der Achsendehnung bemerkbar macht.

Ergeben sich im Feldbereich von Plattenbalken durch die verkleinerte Betonzugzone größere Achsendehnungen als bei einem äquivalenten Rechteckquerschnitt, so sind die Dehnungen im Auflagerbereich von Durchlaufträgern, also bei der Wirkung von negativen Biegemomenten, stark verringert. Die vergleichende Darstellung der Achsendehnung in Bild 6.15 erfolgt als Funktion des bezogenes Biegemoments, wobei jeweils die Breite der Druckzone als Bezugswert benutzt wurde, beim Plattenbalken also die Breite des Steges. Für kleine bezogene Biegemomente ist die Dehnung im Bezugspunkt (Schwerpunkt des äquivalenten Rechteckquerschnitts) negativ, da infolge der im Verhältnis größeren Betonzugzone der Querschnitt für kleine Beanspruchungen nicht aufreißt und sich daher nahezu linear elastisch verhält. Dabei befindet sich die Dehnungsnulllinie im Schwerpunkt des Plattenbalkens, also unterhalb des Bezugspunktes. Erst bei größeren Beanspruchungen reißt der Querschnitt auf, so dass sich positive Werte für die Achsendehnung ergeben, die jedoch immer unterhalb der Werte für einen äquivalenten Rechteckquerschnitt bleiben.

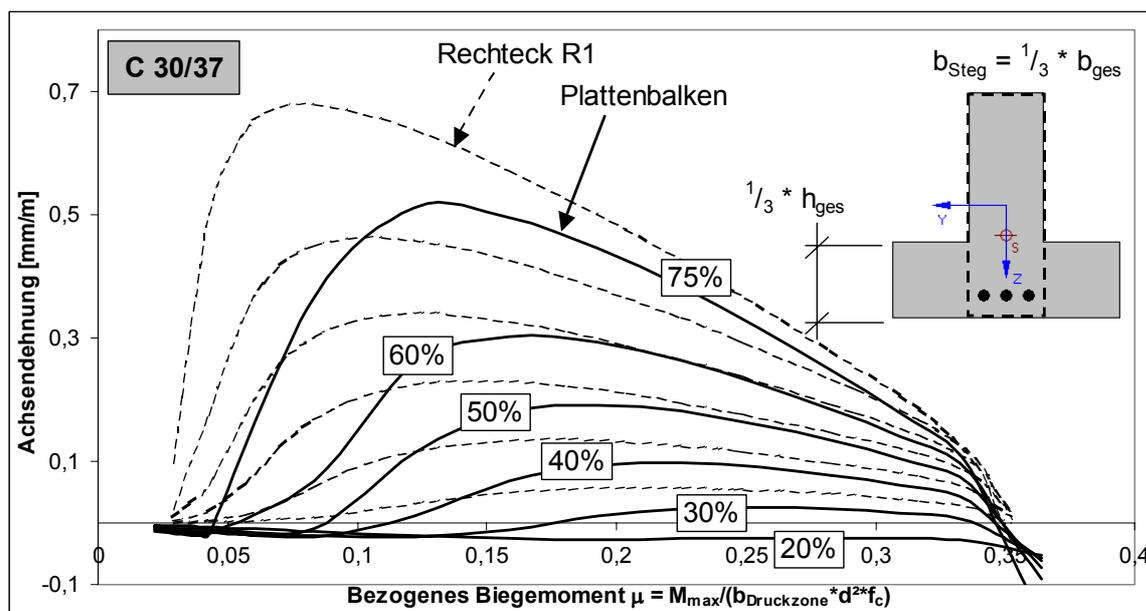


Bild 6.15 Vergleich der Achsendehnung für einen Plattenbalken mit Druckzone im Steg ($b_{\text{Steg}} = \frac{1}{3} \cdot b_{\text{ges}} / h_{\text{Platte}} = \frac{1}{3} \cdot h_{\text{ges}}$) und Rechteckquerschnitt R1; $d_1 / h_{\text{ges}} = 0,1$

Anzumerken ist für den Plattenbalken mit Druckzone im Steg, dass die auf Zug mitwirkende Plattenbreite ein recht ungenauer Eingangswert ist. Die Ausbreitung der Zugkräfte im gerissenen Querschnitt wird offensichtlich nicht genauso verlaufen, wie die Ausbreitung der Druckkräfte in einem ungerissenen Querschnitt. Die Bestimmung der mitwirkenden Plattenbreite für den Fall einer gezogenen Platte wird eher davon abhängen, in welchem Bereich die Zugbewehrung angeordnet ist.

Durch die Beachtung von konstruktiven Regeln ist die Feldbewehrung zu einem gewissen Teil immer bis über die Auflager zu führen. Dadurch befindet sich im Steg des Plattenbalkens immer eine Druckbewehrung, die zu einer Vergrößerung des inneren Hebelarms und damit auch zu einer Vergrößerung der Achsendehnung im Bezugspunkt führen wird.

Lagerung des Balkens und Bezugspunkt der Achsendehnung

Allgemein ist der Bezugspunkt der Achsendehnung immer genau an die z-Koordinate zu legen, an der die Verbindung bzw. Lagerung zum benachbarten Bauteil erfolgt. Für Balkentragwerke, die monolithisch mit den angrenzenden vertikalen Traggliedern verbunden sind, kann aus diesem Grund eigentlich ein beliebiger Bezugspunkt gewählt werden. Aus rechentechnischen Gründen zur Verbesserung der Konvergenz ist die Wahl des Schwerpunktes des Querschnitts allerdings von Vorteil.

Ist jedoch eine gelenkige Lagerung vorhanden, dann muss der Bezugspunkt der Achsendehnung in Höhe des Gelenks gelegt werden, welches sich häufig am unteren Balkenrand befindet. So werden Stahlbetonplatten einfach auf dem Mauerwerk aufgelagert oder zum Beispiel Fertigteilträger für Hallentragwerke ebenfalls am unteren Rand auf Konsolen von Stützen gelegt. Gegebenenfalls kann auch eine Ausklinkung am Ende des Balkens erfolgen (Bild 6.16).

Für die Lagerung am unteren Querschnittsrand ist die Dehnung in der unten liegenden Querschnittsfaser jedoch deutlich größer als im Schwerpunkt des Querschnitts, da sich hier bereits bei einer linear-elastischen Rechnung positive Dehnungen, resultierend aus den dort vorhandenen Zugspannungen, ergeben. Bei üblichen Stahlbetonkonstruktionen beträgt die Stahldehnung auf der Zugseite bereits im Gebrauchszustand meist mehr als 1,0 mm/m, so dass sich auch bei der Berücksichtigung von Schwinden immer noch eine Verlängerung ergibt. Zugehörig zum Querschnitt und zu den Lagerungen aus Bild 6.16 sind die Achsendehnungen für einen 15 m langen Einfeldträger in Bild 6.17 beispielhaft dargestellt.

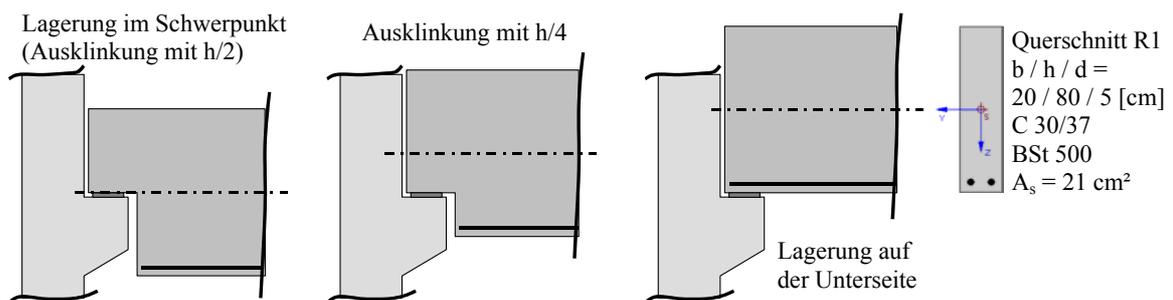


Bild 6.16 Lagerungsarten des Einfeldträgers, Querschnittsdaten für den Einfeldträger

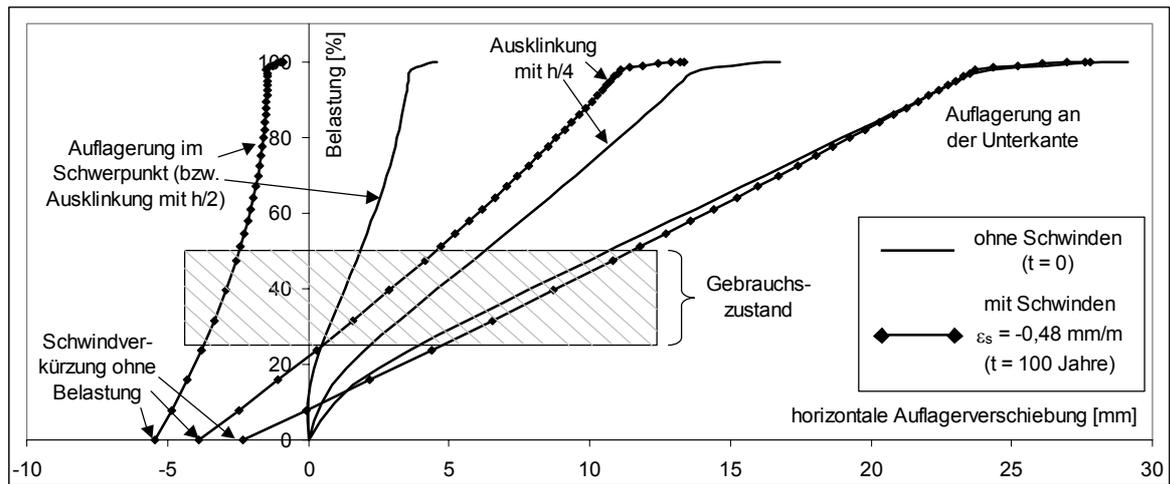


Bild 6.17 Abhängigkeit der horizontalen Auflagerverschiebung von der Belastung und für verschiedene Lagerungen, Einfeldträger mit $\ell_{\text{eff}} = 15 \text{ m}$, Last $f_{\text{max}} = 26,2 \text{ kN/m}$

Für die Berechnung des Zeitpunktes $t = 100 \text{ Jahre}$ (mit Schwinden) wurde zusätzlich eine Verringerung der Betonzugfestigkeit auf 50% des Ausgangswertes $f_{\text{ct,eff}}$ berücksichtigt. Aus diesem Grund ergibt sich für den an der Unterkante gelagerten Träger für $t = 100 \text{ Jahre}$ trotz Schwindens eine geringfügige Verlängerung des Balkens im Gebrauchszustand. Auch bei dem Träger, der eine Ausklinkung mit $h/4$ im Auflagerbereich besitzt, verbleibt bei Berücksichtigung des Schwindens bei Beanspruchungen im Gebrauchszustand eine Verlängerung des Balkens. Erst bei Lagerung im Schwerpunkt ist eine deutliche Verkürzung für $t = 100 \text{ Jahre}$ festzustellen.

6.1.3 Einfluss des Schwindens auf die Achsendehnung

Das Schwinden bedeutet generell eine Verkürzung des Balkens und weist im Vergleich zu den anderen Einflüssen den größten Betrag auf. Andererseits bewirkt eine frühe Rissbildung infolge Schwindens auch eine Vorschädigung der Betonzugzone, so dass spätere Zwangsbeanspruchungen reduziert werden.

Bei einem Balkentragwerk wechseln hoch beanspruchte Bereiche mit niedrig beanspruchten Abschnitten nahe der Momentennullpunkte ab. Ist im ersten Fall hauptsächlich die Größe des wirkenden Biegemoments für die resultierende Achsendehnung verantwortlich, so beeinflusst bei geringen Beanspruchungen nur die Menge und Anordnung der Bewehrung den resultierenden Dehnungszustand beim Schwinden des Betons. Aus diesem Grund wird der Einfluss des Schwindens im folgenden getrennt für beide Bereiche diskutiert.

Balkenabschnitte mit geringer Biegebeanspruchung

Nur beim Betonkörper ohne Bewehrung wird sich die volle Schwinddehnung einstellen, so dass die Verkürzung des nicht durch äußere Lasten beanspruchten Bauteils mit

$$\Delta x = \ell \cdot \varepsilon_s \quad (6.3)$$

berechnet werden kann. Befindet sich jedoch Bewehrung im Bauteil, dann wird dadurch die Verkürzung Δx verringert, was für die Bereiche nahe des Momentennullpunktes zutrifft. Diese Abschnitte weisen häufig einen relativ hohen Bewehrungsgehalt auf, da hier sowohl die untenliegende Bewehrung aus dem Feldbereich als auch die obenliegende Bewehrung aus dem Auflagerbereich durchgezogen und verankert wird. Durch das Schwinden baut sich im Beton eine Zugkraft auf, in der Bewehrung entsprechend eine Druckkraft. Vor allem bei größeren Bewehrungsmengen und kleineren Betonfestigkeiten reißt der Querschnitt auf, so dass die resultierende Verkürzung Δx deutlich kleiner ausfällt, was in Bild 6.18 beispielhaft für einen Querschnitt mit einer wirksamen Bauteildicke von $h_0 = 200$ mm dargestellt ist.

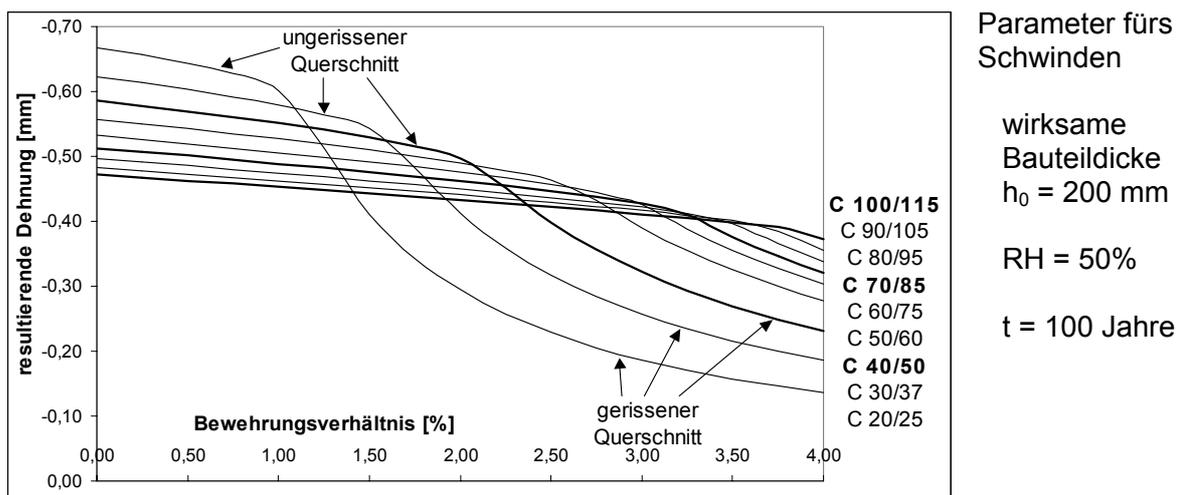


Bild 6.18 Resultierende Dehnung infolge Schwindens beim symmetrisch bewehrtem Stahlbetonquerschnitt

Da die genannten Zwangsbeanspruchungen vor allem bei horizontalen Tragelementen, also bei Balken und Platten auftreten, werden vorzugsweise Betonsorten mit kleineren Festigkeiten als C 40/50 zum Einsatz kommen. Insofern sind die Grundwerte der Schwinddehnungen bei diesen Betonsorten zwar relativ hoch, die Querschnitte reißen bei üblichen Bewehrungsverhältnissen für höher beanspruchte Balken jedoch auf. Nur Platten, die meist Bewehrungsverhältnisse zwischen 0,25 und 0,75% aufweisen, werden an Stellen geringer Beanspruchung weitgehend im ungerissenen Zustand verbleiben. Größere Relativverschiebungen der Auflager bzw. bei dehnbehinderten Systemen relativ gesehen größere Zwangsbeanspruchungen sind die Folge.

Balkenabschnitte mit hoher Biegebeanspruchung

In Balkenabschnitten mit hoher Biegebeanspruchung wird der Balken aufreißen, so dass ein Teil der Schwindverkürzung wieder rückgängig gemacht wird. In Bild 6.19 sind die Achsendehnungen für einen Rechteckquerschnitt R1 für eine Rechnung ohne Schwinden und eine Rechnung mit Schwinden ($\varepsilon_s = -0,50$ mm/m) gegenübergestellt. Für Beanspruchungen bis ca. 40% von M_{\max} ergeben sich bei Berücksichtigung des Schwindens trotz des Aufreißens für alle bezogenen Biegemomente negative Achsendehnungen, die zu einer Verkürzung des Balkens führen. Erst wenn die Beanspruchung bei ca. 50% von M_{\max} liegt, also bereits im oberen Bereich des Gebrauchszustandes, ergibt sich wieder eine positive Dehnung.

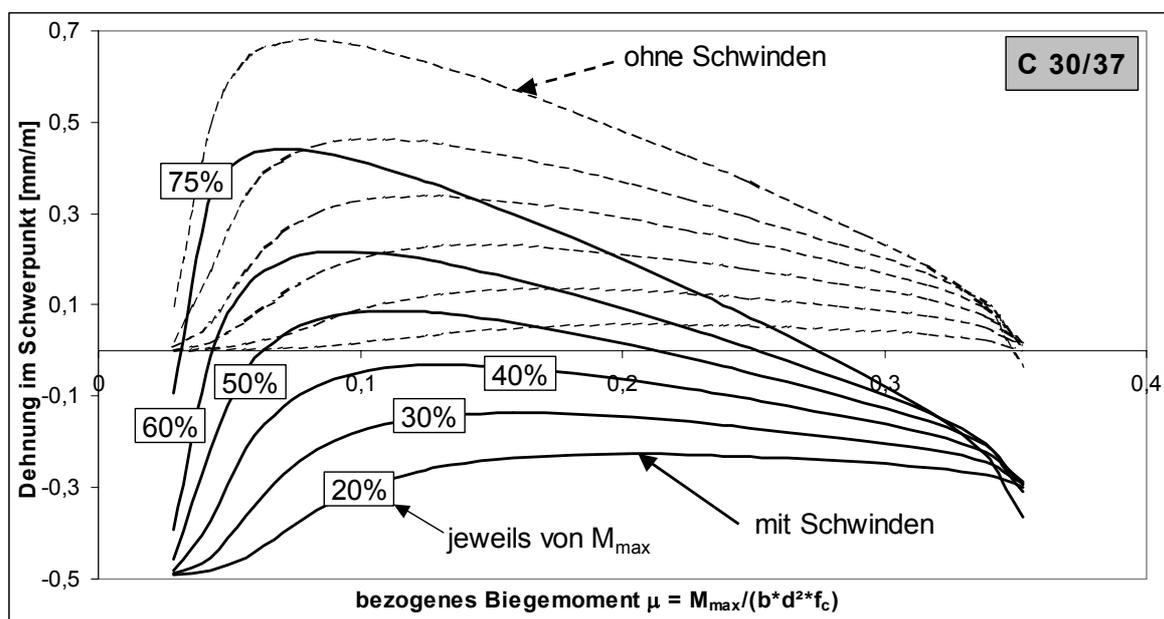


Bild 6.19 Resultierende Achsendehnung für einen Rechteckquerschnitt R1 ($d_1 / h = 0,1$) mit und ohne Schwindverkürzung ($\varepsilon_s = -0,5$ mm/m) für verschiedene bezogene Biegemomente und Beanspruchungen

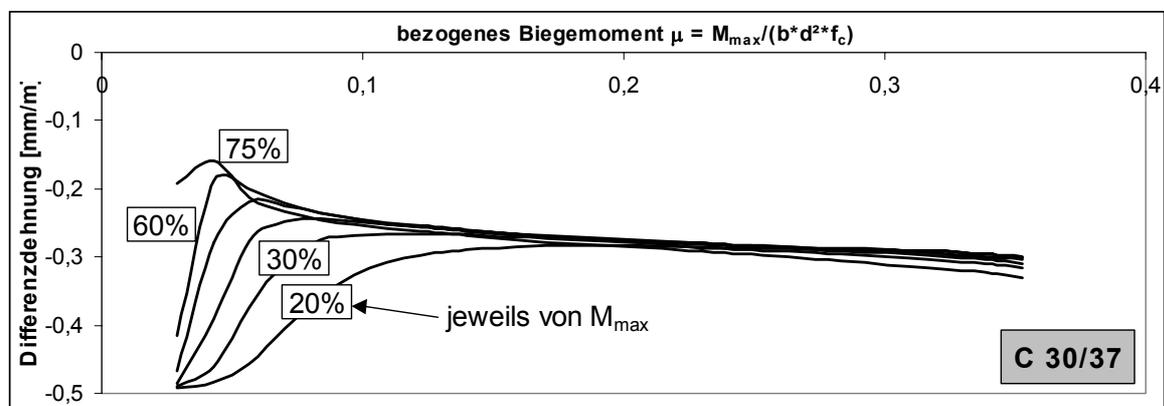


Bild 6.20 Differenz der Achsendehnungen mit und ohne Schwinden für die Ergebnisse aus Bild 6.19

Die Differenz der Achsendehnung zwischen der Rechnung mit und ohne Schwinden entspricht nur bei kleinen Beanspruchungen und kleinen bezogenen Biegemomenten in etwa dem Wert der Schwinddehnung ε_s , da der Querschnitt ungerissen ist und sich nahezu linear-elastisch verhält. Mit zunehmender Beanspruchung ($\mu > 0,1$) und damit einhergehender Abnahme der versteifenden Mitwirkung der Betonzugzone nähert sich die Differenz in etwa dem Wert $\Delta = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_s$ an, welcher im gezeigten Beispiel 0,25 mm/m entspricht. Den Wert $\Delta = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_s$ erhält man beim Vergleich der Dehnungs- und Spannungszustände mit und ohne Schwinden, wie dies in Bild 6.21 dargestellt ist. Die maximale Druckspannung in der Betondruckzone steigt geringfügig an, die Höhe der Druckzone verringert sich etwas. Dadurch vergrößert sich der Hebelarm zur Bewehrung. Da jedoch gleichzeitig die Dehnung des Betons in der gerissenen Zugzone ansteigt, verringert sich die versteifende Mitwirkung des Betons. Die Summe beider Effekte ergibt näherungsweise keine Änderung der Dehnung und der Spannung in der Bewehrung. Infolgedessen beträgt die Änderung der Achsendehnung in etwa die Hälfte der zusätzlichen Dehnung am oberen Betonrand.

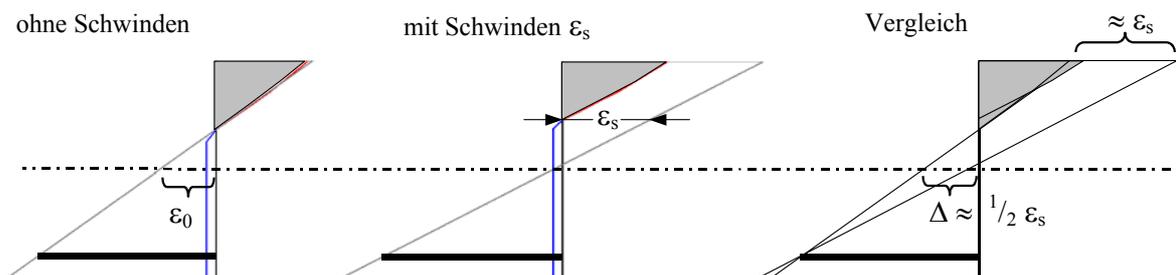


Bild 6.21 Vergleich der Dehnungszustände bei Rechnung mit und ohne Schwinden

6.1.4 Einfluss des Kriechens auf die Achsendehnung

Durch das Kriechen des Betons finden auf Querschnittsebene Veränderungen des Spannungs- und Dehnungszustands statt. Die Dehnungen auf der Betondruckseite nehmen zu, was jedoch auch zu einer Vergrößerung der Betondruckzone führt. Resultierend daraus verringern sich die Betonspannungen am gedrückten Rand des Querschnitts. Die resultierende Betondruckkraft befindet sich damit im Vergleich zur Rechnung ohne Kriechen etwas weiter unten, so dass der Hebelarm zur Bewehrung verringert wird. Als Folge davon müssen die resultierende Kraft in der Betondruckzone als auch die Kraft in der Bewehrung bei gleicher Momentenbeanspruchung ein wenig ansteigen (Bild 6.22).

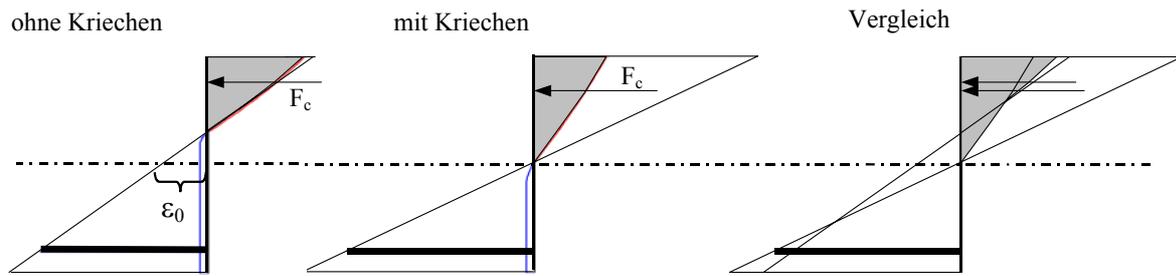


Bild 6.22 Vergleich der Dehnungszustände bei Rechnung mit und ohne Kriechen

Für größere bezogene Biegemomente und daraus resultierenden höheren Bewehrungsverhältnissen wird die Betondruckzone stärker beansprucht, so dass die zusätzlichen Dehnungen infolge des Kriechens ebenfalls größer sind. Als Folge davon nimmt die Achsendehnung stark ab und besitzt für bezogene Biegemomente größer als $\mu = 0,2$ sogar negative Werte, da sich die Dehnungsnulldlinie dann unterhalb des Schwerpunkts befindet. In Bild 6.23 sind diese Zusammenhänge für einen R1-Querschnitt beispielhaft dargestellt, bei dem das Kriechen mit einem Kriechbeiwert von $\varphi = 2,0$ berücksichtigt wurde.

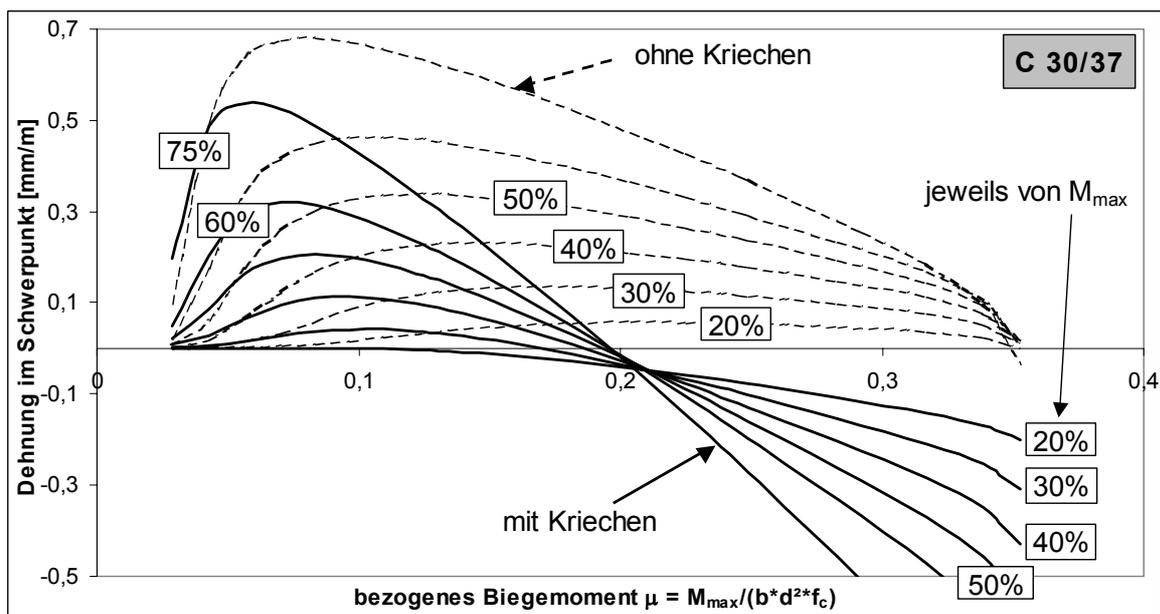


Bild 6.23 Vergleich der Achsendehnung mit und ohne Kriechen, R1-Querschnitt, C30/37, BSt 500, $d_1 / h = 0,1$, Kriechen mit $\varphi = 2,0$

Die hohen Dehnungen auf der Druckseite des Querschnitts lassen sich jedoch durch die Anordnung von zusätzlicher Druckbewehrung vermindern, da sich jetzt bei Berücksichtigung des Kriechens ein Teil der Kraft der Betondruckzone auf die Bewehrung umlagert. Dadurch ergeben sich erst bei bezogenen Biegemomenten, die größer als $\mu = 0,3$ bis $\mu = 0,35$ sind, negative Dehnungen im Schwerpunkt des Rechteckquerschnitts, wie dies in Bild 6.24 dargestellt ist.

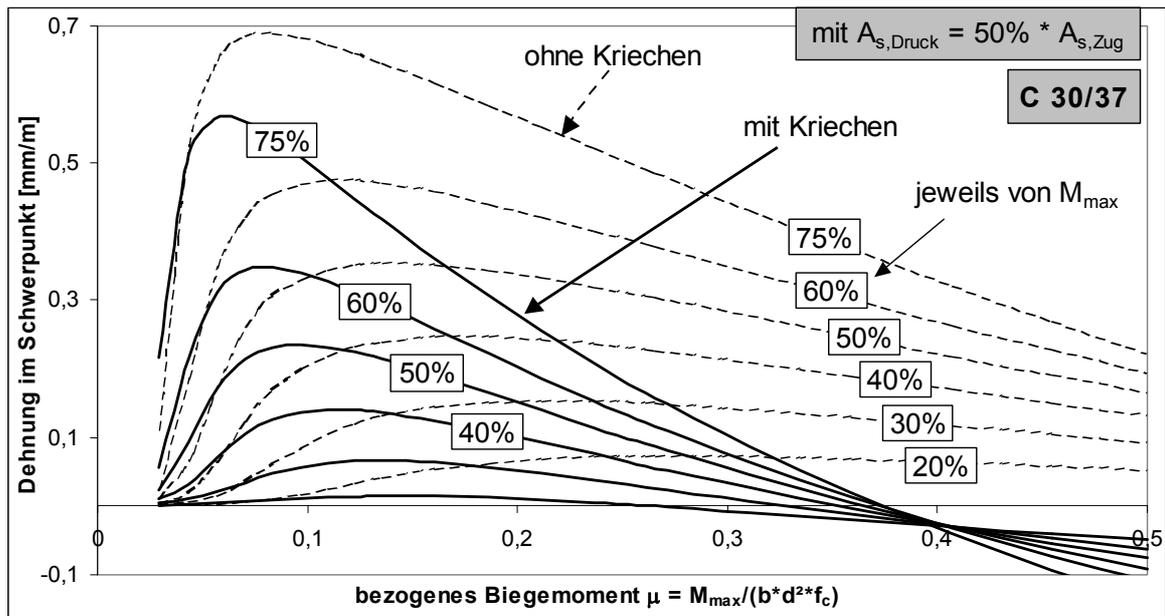


Bild 6.24 Vergleich der Achsendehnungen mit und ohne Kriechen bei Anordnung von Druckbewehrung ($A_{s,Druck} = 50\% \cdot A_{s,Zug}$), C30/37, BSt 500, $d_{1,2} / h = 0,1$, Kriechen mit $\varphi = 2,0$

6.1.5 Verringerung der versteifenden Mitwirkung der Betonzugzone für quasi-ständige Beanspruchungen

Die in der DIN 1045-1 empfohlenen Werte für die Zugfestigkeit f_{ct} des Betons gelten nur für kurzzeitig wirkende Lasten. Wird ein Betonbauteil jedoch über längere Zeit durch eine Zugkraft beansprucht, dann werden sich Mikrorisse vergrößern und aufreißen, so dass sich in der Summe eine kleinere Zugfestigkeit ergibt. Anhaltswerte für die Verminderung der Zugfestigkeit unter quasi-ständiger Beanspruchung werden in der Literatur mit ca. 70% von $f_{ct,eff}$ angegeben.

Als weiterer Aspekt sind temporär höhere Verkehrslasten auf dem Tragwerk zu beachten, die ebenfalls zusätzliche oder größere Risse produzieren und damit die Zugzone weiter schädigen. Bei Entlastung zurück auf den quasi-ständigen Anteil der Verkehrslasten werden die Risse eine größere Weite aufweisen als zuvor. Bei diesem Vorgang ist genau genommen nicht eine weitere Abnahme der Zugfestigkeit f_{ct} die Ursache, sondern die nicht elastische Rückverformung des Balkens. Die rechtechnische Modellierung über einen verringerten Wert für f_{ct} liefert jedoch ein ähnliches Ergebnis.

Zur Berücksichtigung beider Effekte und vor allem bei Wirkung einer Normalkraft aus einer Zwangsbeanspruchung kann eine Reduzierung auf $f_{ct,eff} = 50\% \cdot f_{ct}$ eine sinnvolle Annahme sein, deren Auswirkung auf die Achsendehnung in Bild 6.25 dargestellt ist.

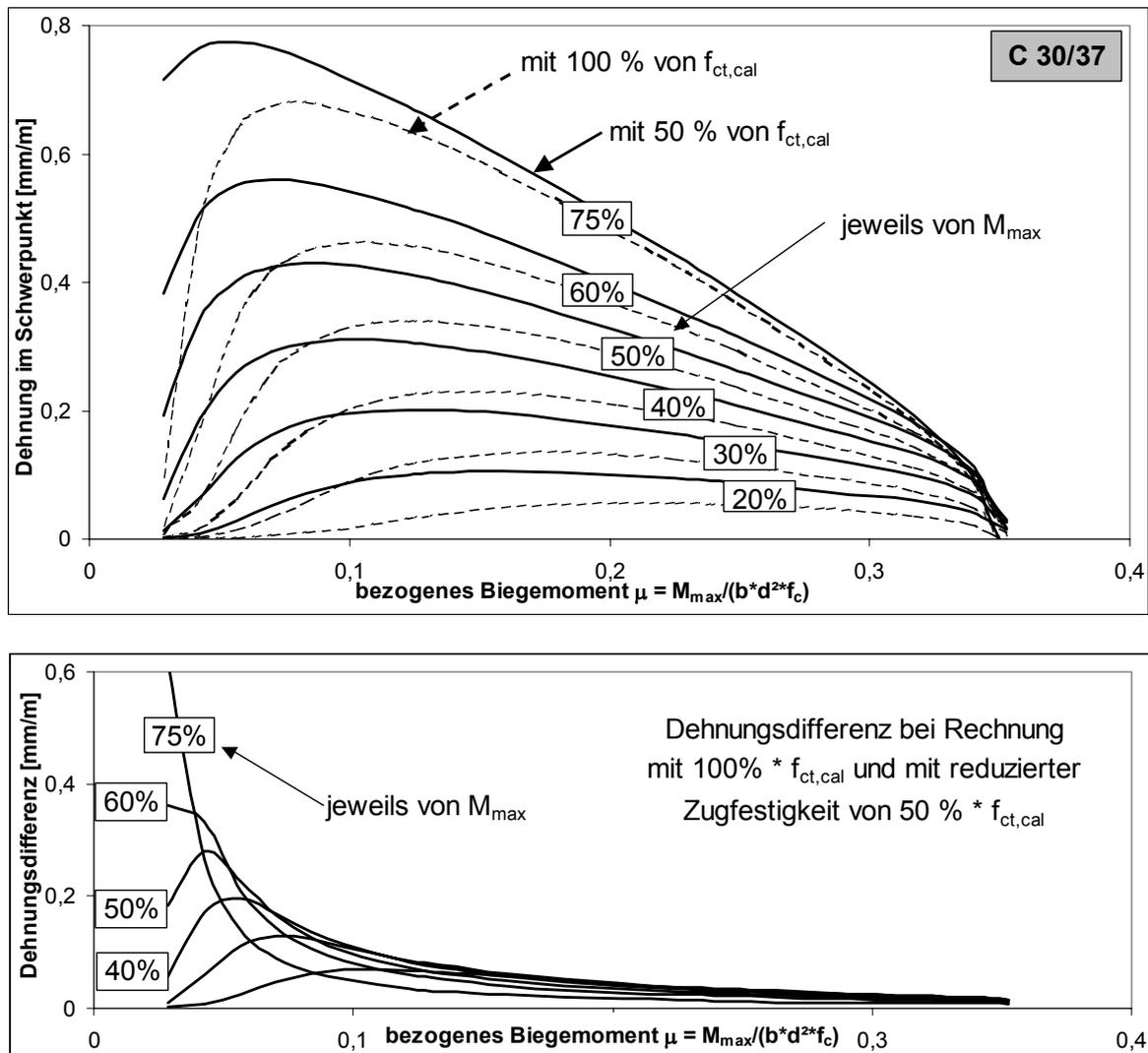


Bild 6.25 Vergleich der Achsendehnungen mit $100\% \cdot f_{ct,cal}$ und $50\% \cdot f_{ct,cal}$, Rechteckquerschnitt R1, $d_1 / h = 0,1$, C30/37, BSt 500

Besonders im Bereich kleiner bezogener Biegemomente und damit einhergehend bei kleinen Bewehrungsverhältnissen liefert eine Verminderung der Zugfestigkeit auf 50% große zusätzliche positive Achsendehnungen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass in diesem Bereich der Einfluss der versteifenden Mitwirkung auf den resultierenden Dehnungszustand durch die geringen Bewehrungsmengen sehr groß ist. Wird die Zugfestigkeit verringert, verkleinert sich die Zugkraft in der Betonzugzone, wobei die Differenz anschließend von der Bewehrung aufgenommen werden muss. Eine größere Verkrümmung und damit auch eine größere Achsendehnung sind die Folge.

Für größere bezogene Biegemomente ist der Einfluss der versteifenden Mitwirkung der Betonzugzone geringer, so dass hier die Unterschiede bei Rechnung mit $100\% f_{ct}$ und $50\% f_{ct}$ entsprechend kleiner ausfallen.

6.1.6 Ermittlung der Längsverformung von schlaff bewehrten Balken-tragwerken

Wie in den vorherigen Abschnitten gezeigt wurde, wird die Achsendehnung eines Stahlbetonquerschnitts durch eine Vielzahl von Parametern beeinflusst. Die Überlagerung dieser Einflüsse wird im folgenden an Einfeldträgern untersucht, die mit einer Linienlast beansprucht sind. Dazu werden bei einer nicht dehnbehindert ausgebildeten Lagerung für unterschiedliche Eingangswerte die Relativverschiebungen der Auflager berechnet.

Die in Bild 6.26 dargestellten, gelenkig gelagerten Einfeldträger (System 1 und 2) kommen vorzugsweise beim Bau von Fertigteilhallen zum Einsatz, bei denen der Dachbinder entweder am unteren Querschnittsrand oder bezüglich einer anderen Querschnittsfaser auf einer Stütze gelagert wird. Der zugehörige Querschnitt 1 (Bild 6.27) ist nur auf der Unterseite bewehrt.

Das System 3 mit der Biegeeinspannung an beiden Enden des Balkens ist ein typisches Innenfeld eines Durchlaufträgers. Für dieses Beispiel ist die Feldbewehrung aus Querschnitt 1 bis über die Auflager konstant durchgezogen. Die Bewehrung auf der Oberseite

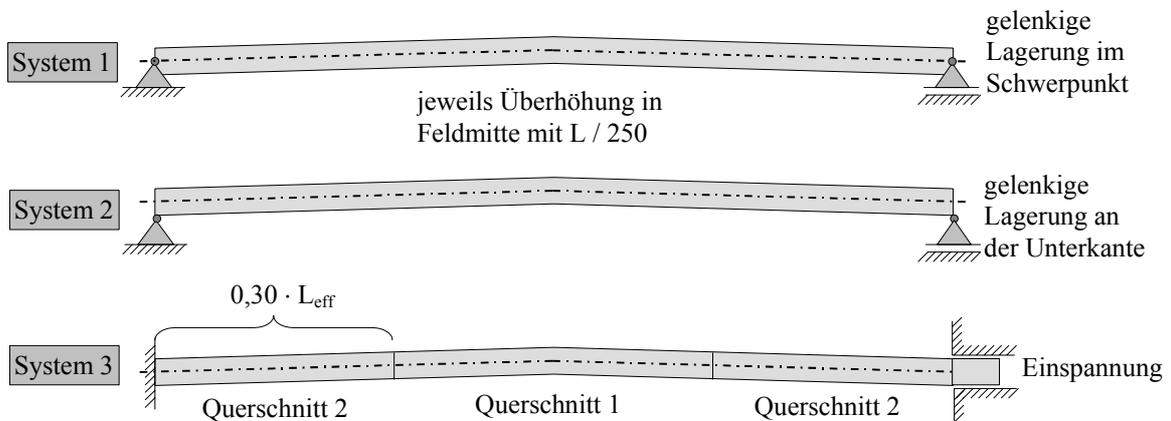


Bild 6.26 Untersuchte Varianten der Lagerung sowie Annahme einer Überhöhung

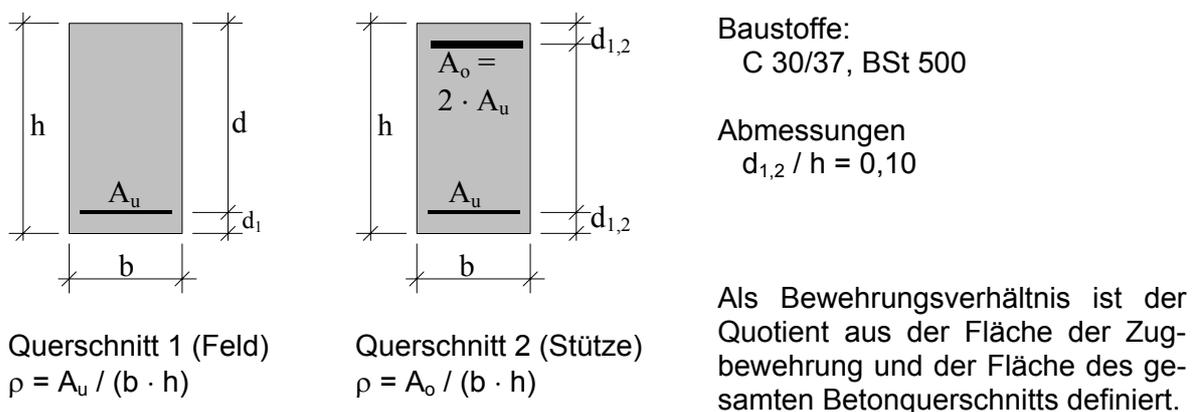


Bild 6.27 Benutzte Querschnitte für die Einfeldträger aus Bild 6.26

im Stützbereich ist genau doppelt so groß wie die Feldbewehrung, womit erreicht wird, dass die Biegetragfähigkeiten über der Stütze und im Feld in etwa ein Verhältnis von 2 zu 1 aufweisen, was näherungsweise gleich dem Verhältnis der einwirkenden Biegemomente ist. Weiterhin wird eine Momentenausrundung über den Auflagern vorgenommen, wobei die benutzte Breite zur Bestimmung der Auflagerpressung gleich der Querschnittshöhe h ist (Ausbreitung der Auflagerkräfte im Beton unter einem Winkel von 45°).

Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt jeweils in bezogenen Größen, so dass die Diagramme in den Bildern 6.28 - 30 im Prinzip für alle Querschnittsabmessungen b/h und Spannweiten L_{eff} gültig sind. Als Einschränkung ist jedoch die Berechnung für den Zeitpunkt $t = \infty$ zu nennen, da hier die Ermittlung der Werte für das Schwinden und für das Kriechen unabhängig von der Querschnittsform und von den Umgebungsbedingungen erfolgen musste. Als brauchbare Näherungen wurden diese Werte zu $\varepsilon_s = -0,50 \text{ mm/m}$ sowie $\varphi = 2,0$ festgelegt. Weiterhin wurde die effektive Betonzugfestigkeit für $t = \infty$ auf 50% des Ausgangswertes reduziert.

Für die Berechnung der dargestellten Relativverschiebung wurde in einem ersten Schritt der benutzte Querschnitt mit den Bemessungswerten der Baustoffeigenschaften erzeugt,

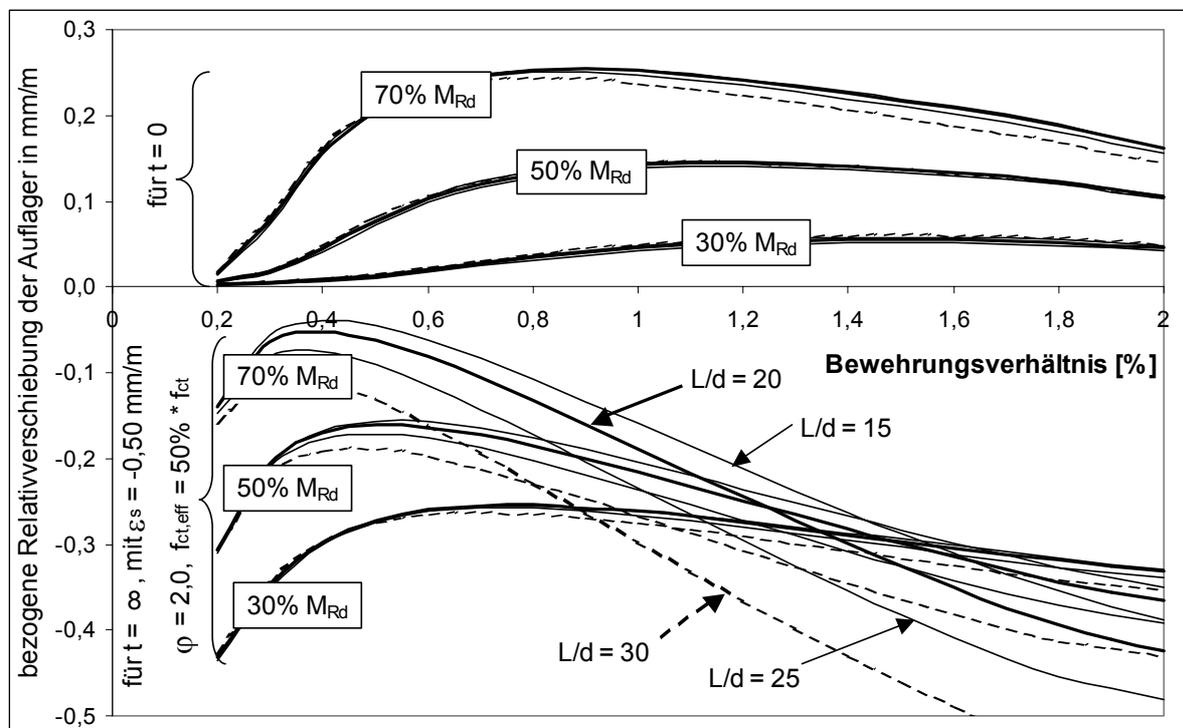


Bild 6.28 Bezogene Relativverschiebung der Auflager für System 1 (gelenkig gelagerter Einfeldträger, Lagerung in Höhe des Schwerpunkts) in Abhängigkeit vom Bewehrungsverhältnis, für Querschnitt 1 aus Bild 6.27

um das maximal aufnehmbare Moment M_{Rd} zu ermitteln. Bei der anschließenden Rechnung des gesamten Balkens mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften (jeweils für $t = 0$ und für $t = \infty$) wurden jetzt Linienlasten aufgebracht, die ein maximales Biegemoment in Höhe von 30%, 50% und 70% von M_{Rd} erzeugen und damit je nach Anteil des Eigengewichtes an der Gesamtbelastung näherungsweise den Gebrauchszustand darstellen.

Gebrauchszustand für System 1 und 2 (gelenkig gelagerter Einfeldträger)

Die Ergebnisse in Bild 6.28 spiegeln deutlich die Zusammenhänge wider, die bereits bei den vorherigen Untersuchungen auf Querschnittsebene gefunden wurden. Für kleine Bewehrungsverhältnisse ist der Einfluss der versteifenden Mitwirkung der Betonzugzone sehr groß, so dass der Querschnitt kaum aufreißt und sich der Balken für $t = 0$ nur wenig verlängert. Für $t = \infty$ kann demzufolge die Verkürzung infolge Schwinden bei einer kleinen Belastung nur zum geringen Teil kompensiert werden. Bei Steigerung der Belastung wird die versteifende Mitwirkung der Betonzugzone jedoch relativ stark vermindert, so dass die bezogene Auflagerverschiebung nur noch $-0,1$ bis $-0,2$ mm pro Meter Balkenlänge beträgt.

Das Maximum der Auflagerverschiebung für den Zeitpunkt $t = 0$ ist je nach Höhe der Beanspruchung bei Bewehrungsverhältnissen zwischen $\rho = 0,5$ und $\rho = 1,5$ zu finden und ist damit identisch zu den Untersuchungen zur Achsendehnung am Querschnitt. Für den Zeitpunkt $t = \infty$ befindet sich das Maximum jedoch bei deutlich kleineren Bewehrungsverhältnissen ($\rho = 0,3$ bis $\rho = 0,6$), da das Kriechen in diesem Bereich auf Grund der kleinen Betonspannungen noch nicht so ausgeprägt ist und sich weiterhin die Abminderung der Betonzugfestigkeit auf 50% hier besonders bemerkbar macht.

Zum Zeitpunkt $t = \infty$ steigt für größere Bewehrungsverhältnisse infolge Schwinden und Kriechen die vertikale Durchbiegung sehr stark an, so dass sich die Auflager um einen nicht zu vernachlässigenden Anteil aufeinander zu bewegen (Effekte aus Theorie 3. Ordnung). Dieser Einfluss wird besonders deutlich, wenn die Berechnungen für unterschiedliche Schlankheiten ($L/d = 15 / 20 / 25 / 30$) miteinander verglichen werden. Sind die Unterschiede für kleine Belastungen bzw. für $t = 0$ noch unerheblich, so bewegen sich die Auflager für große Schlankheiten und damit für größere Vertikalverformungen weiter aufeinander zu. Für den Träger mit der größten Schlankheit $L/d = 30$ sowie einem Bewehrungsverhältnis von $\rho = 2,0\%$ beträgt dieser Anteil in etwa $-0,35$ mm Auflagerverschiebung pro Meter Balkenlänge, was ca. 40% der gesamten Verformung ausmacht.

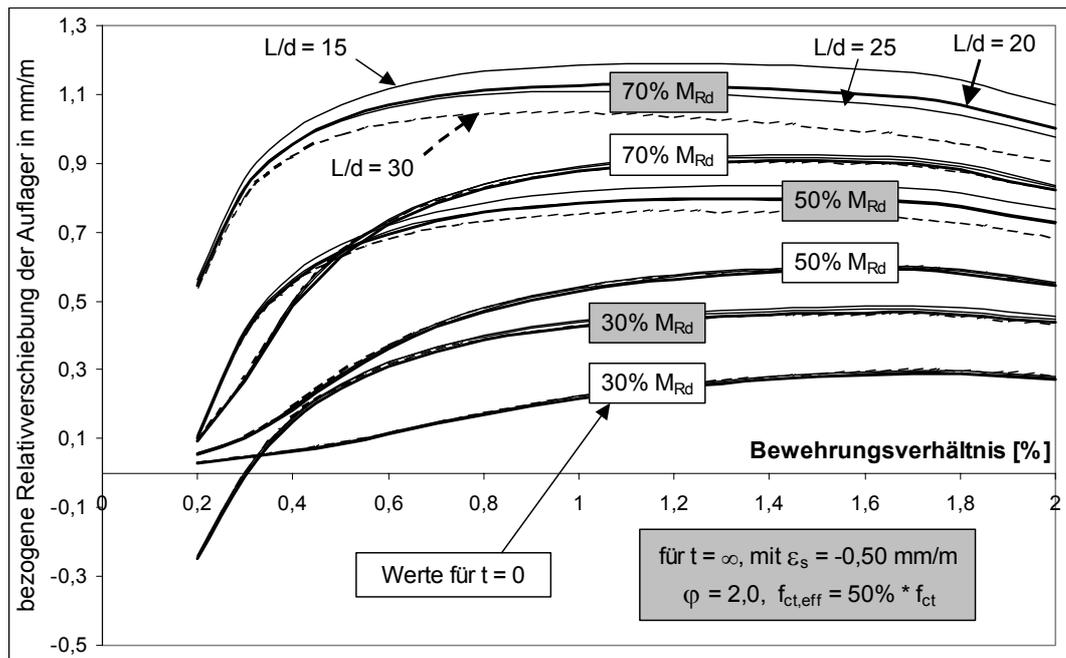


Bild 6.29 Bezogene Relativverschiebung der Auflager für System 2 (gelenkig gelagerter Einfeldträger, Lagerung an der Unterseite des Balkens) in Abhängigkeit vom Bewehrungsverhältnis, für Querschnitt 1 aus Bild 6.27

Wird der Träger nicht in Höhe seiner Schwerlinie aufgelagert, sondern an der Unterseite des Balkens, dann ergibt sich praktisch immer eine positive und relativ große Auflagerverschiebung (Bild 6.29). Die Richtung der Bewegung zwischen den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$ dreht sich sogar um, so dass sich die Auflagerpunkte mit der Zeit voneinander weg bewegen. Auch die verkürzenden Effekte aus Theorie 3. Ordnung, die bei $t = \infty$, großen Bewehrungsverhältnissen und hohen Schlankheiten auftreten, werden durch die Lagerung auf der Unterseite des Balkens mehr als kompensiert.

Gebrauchszustand für System 3 (eingespannter Einfeldträger)

Auch für den beidseitig eingespannten Einfeldträger sind prinzipiell ähnliche Abhängigkeiten zu finden wie beim gelenkig gelagerten Träger (System 1). Durch die Anordnung von Druckbewehrung im Balkenquerschnitt über dem Auflager wird jedoch erreicht, dass das Maximum der Achsendehnung bei größeren Bewehrungsverhältnissen auftritt. Dieser Einfluss ist auch noch für den Zeitpunkt $t = \infty$ zu erkennen (Bild 6.30).

Durch die beidseitige Einspannung des Trägers sind die Vertikalverformungen bedeutend geringer als beim gelenkig gelagerten Balken. Für den Fall der Schlankheit $L/d = 40$ sowie $\rho = 2,2\%$ beträgt die bezogene Auflagerverschiebung bei $t = \infty$ infolge Theorie 3. Ordnung beispielsweise nur $-0,089 \text{ mm/m}$, so dass die Funktionsgraphen in diesem Bereich nicht so stark abfallen wie bei System 1.

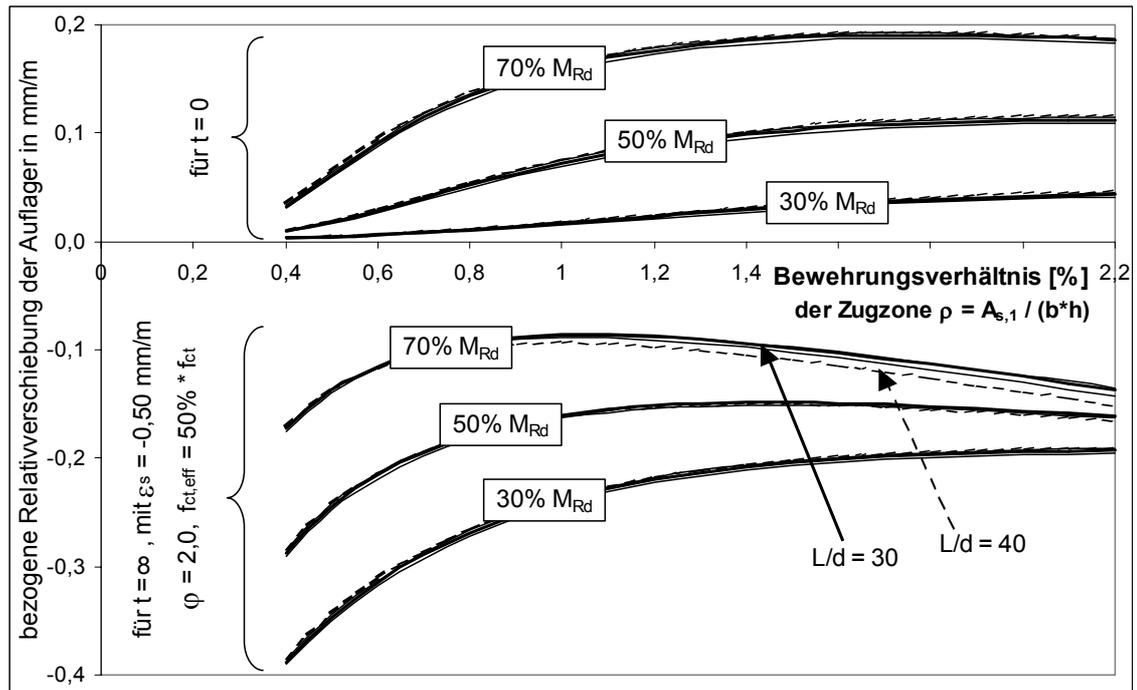


Bild 6.30 Bezoogene Relativverschiebung der Auflager für System 3 (eingespannter Einfeldträger) in Abhängigkeit vom Bewehrungsverhältnis, für Querschnitt 1 und 2 aus Bild 6.27, gerechnet für $L/d = 25 / 30 / 35 / 40$

Grenzzustand der Tragfähigkeit für System 3 (eingespannter Einfeldträger)

Bei der nichtlinearen Berechnung mit einer Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt sich das Problem, dass die mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften berechneten Schnittgrößen die Querschnittstragfähigkeit, ermittelt mit den Bemessungswerten, nicht überschreiten dürfen. Da bei den hier untersuchten Tragwerken die Fließgrenze der Bewehrung den maßgebenden Einfluss auf die Querschnittstragfähigkeit hat,

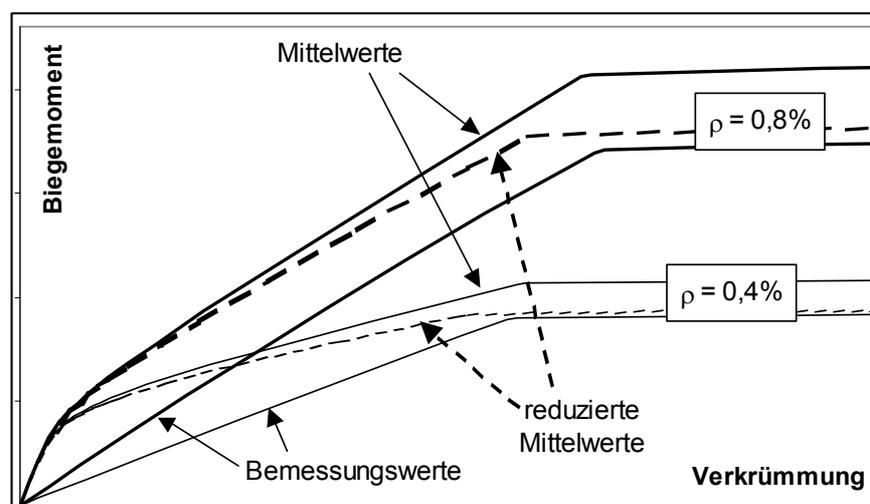


Bild 6.31 Vergleich der M-k-Linien für verschiedene Modellierungen der Baustoffe

wird der Mittelwert f_{ym} in der nichtlinearen Berechnung auf den Bemessungswert f_{yd} abgemindert. Damit wird erreicht, dass bei Schnittgrößen auf Gebrauchslastniveau der Stahlbetonquerschnitt in etwa mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften modelliert wird. Bei Belastung für den Grenzzustand der Tragfähigkeit ergeben sich jedoch lokal an der am höchsten beanspruchten Stelle plastische Verformungen. Der Vergleich der Moment-Verkrümmungs-Linien in Bild 6.31 für die Modellierung mit unterschiedlichen Baustoffkennwerten zeigt, dass die Fließgrenze und auch die maximale Beanspruchbarkeit für die Bemessungswerte und für die reduzierten Mittelwerte recht gut übereinstimmen.

Für Bauwerksteile mit überwiegender Normalkraftbeanspruchung hat die Druckfestigkeit des Betons einen maßgebenden Einfluss auf die Tragfähigkeit, so dass in solch einem Fall auch die Mittelwerte des Betons f_{cm} und E_{cm} mit $\gamma_c = 1,5$ abgemindert werden sollten.

Für die Rechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit darf im Vergleich zum Gebrauchszustand nicht der volle Kriechbeiwert φ angesetzt werden, da nur der ständige Lastanteil kriecherzeugend wirkt. Um das Kriechen jedoch auch für andere Belastungssituationen zumindest näherungsweise zu erfassen, kann ein effektiver Kriechbeiwert φ_{eff} entsprechend Gleichung 6.4 bestimmt werden. Vereinfachend wird für die untersuchten Systeme ein Wert von $\varphi_{eff} = 1,0$ angenommen.

$$\varphi_{eff} = \varphi \cdot \frac{M_{ständig}}{M_{aktuell}} \quad (6.4)$$

Mit diesen Änderungen wurde die nichtlineare Rechnung für die Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit für den eingespannten Einfeldträger durchgeführt. Die Ergebnisse der bezogenen Auflagerverschiebung sind in Bild 6.32 dargestellt.

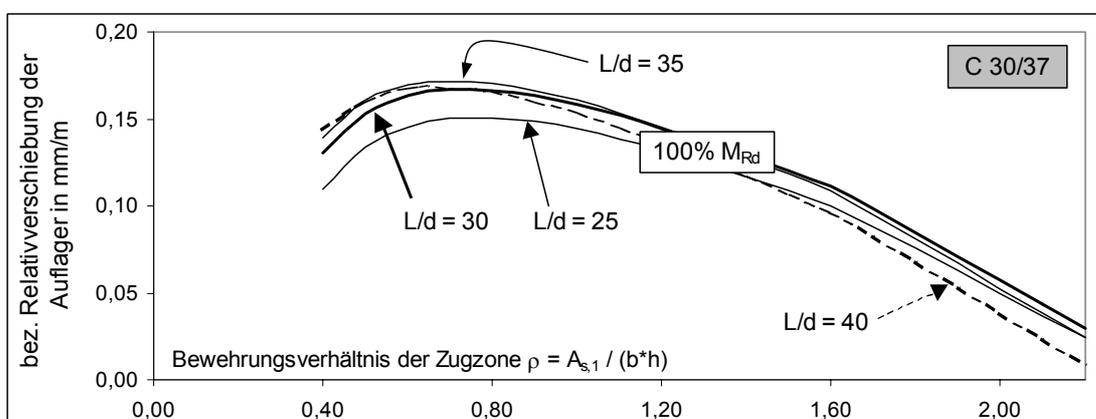


Bild 6.32 Bezogene Relativverschiebung der Auflager wie in Bild 6.30 (System 3), hier jedoch mit der Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (100% M_{Rd})

Die resultierenden Auflagerverschiebungen sind für alle L/d - und alle Bewehrungsverhältnisse positiv. Insbesondere die plastischen Dehnungen im Auflagerbereich, hervorgerufen durch das Fließen der Bewehrung, leisten einen erheblichen und letztendlich maßgebenden Anteil zur Verlängerung des Balkens (Bild 6.33).

Damit würde sich bei einem System mit dehnbehindernder Lagerung im Grenzzustand der Tragfähigkeit eine Druckkraft im Balken ergeben, so dass die Zwangsbeanspruchung infolge Schwinden des Betons für die hier untersuchten Eingangswerte vollständig abgebaut wird.

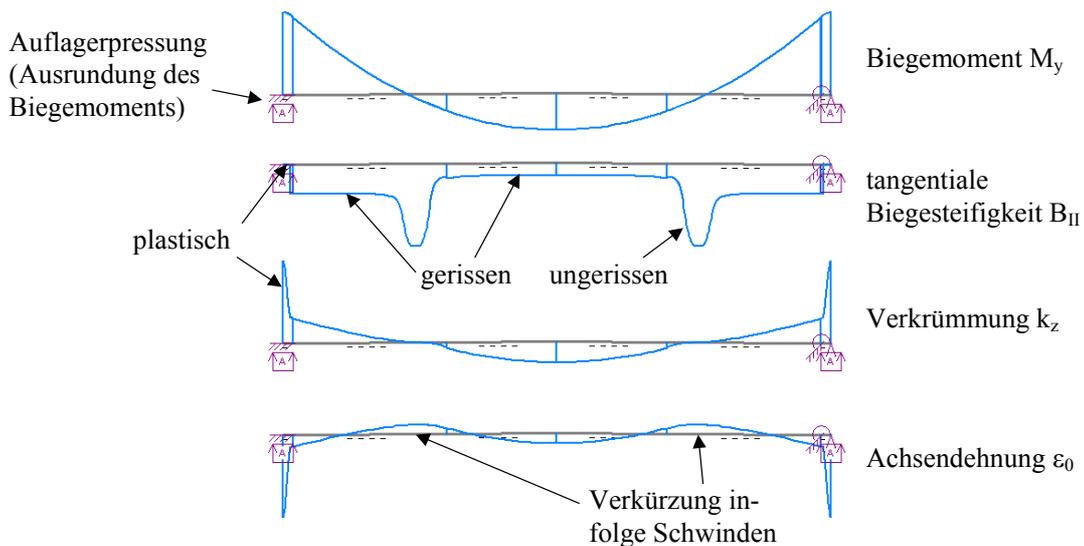


Bild 6.33 Zustandsgrößen für einen eingespannten Einfeldträger für die Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit, horizontal verschiebliche Lagerung auf der rechten Seite

6.1.7 Ermittlung der Längsverformung bei vorgespannten Balkentragwerken

Insbesondere für die Dachbinder von Hallentragwerken in Fertigteilbauweise werden vorzugsweise vorgespannte Balken eingesetzt. Im Gegensatz zu schlaff bewehrten Dachbindern sind größere Schlankheiten (L/d -Verhältnisse) und vor allem höhere Tragfähigkeiten bei gleichen Abmessungen möglich.

Da auch hier die real ausgeführten Systeme ein sehr weites Spektrum aufweisen, beschränkt sich die folgende Untersuchung auf einen sehr einfachen, rechteckigen Spannbetonquerschnitt. Für den gelenkig gelagerten Einfeldträger ergeben sich aus der äußeren Belastung nur positive Biegemomente, so dass die Spannbewehrung auf der Unterseite angeordnet und mit $\varepsilon_p = 4,5 \text{ mm/m}$ vorgespannt wird. Um ein übermäßig starkes Aufreißen des gering belasteten Trägers vor allem im Auflagerbereich auf der

Oberseite zu vermeiden, wird zusätzlich die gleiche Querschnittsfläche an schlaffer Bewehrung (BSt 500) auf der Oberseite des Querschnitts eingelegt. Als Betonsorte wurde für die Parameterstudie ein C 40/50 und ein C 60/75 gewählt. Eine zusätzliche Überhöhung, wie bei den schlaff bewehrten Querschnitten, wurde hier nicht aufgebracht, da sich bereits durch die Vorspannung eine Verformung nach oben einstellt. Erst bei einer Belastung mit $M_{\max} \approx 40\% \cdot M_{Rd}$ ist der Balken für $t = 0$ näherungsweise waagrecht. Die Rechnung des Balkens erfolgte für verschiedene Schlankheiten mit $L/d = 25 / 30 / 35$.

Den Ergebnissen in Bild 6.34 ist zu entnehmen, dass keine signifikante Abhängigkeit zwischen der Relativverschiebung der Auflager und dem L/d -Verhältnis des Balkens besteht. Die vertikalen Durchbiegungen des Spannbetonträgers sind auch bei einer Schlankheit von $L/d = 35$ noch relativ klein, so dass sich infolge Theorie 3. Ordnung keine maßgebende Relativverschiebung der Auflager einstellt. Auch für unterschiedliche Belastungen (von 0 bis 70% von M_{Rd}) ist die bezogene Relativverschiebung der Auflager näherungsweise gleich. Entsprechendes gilt für den Zeitpunkt $t = \infty$, bei dem wiederum alle Linien sehr dicht beieinander liegen.

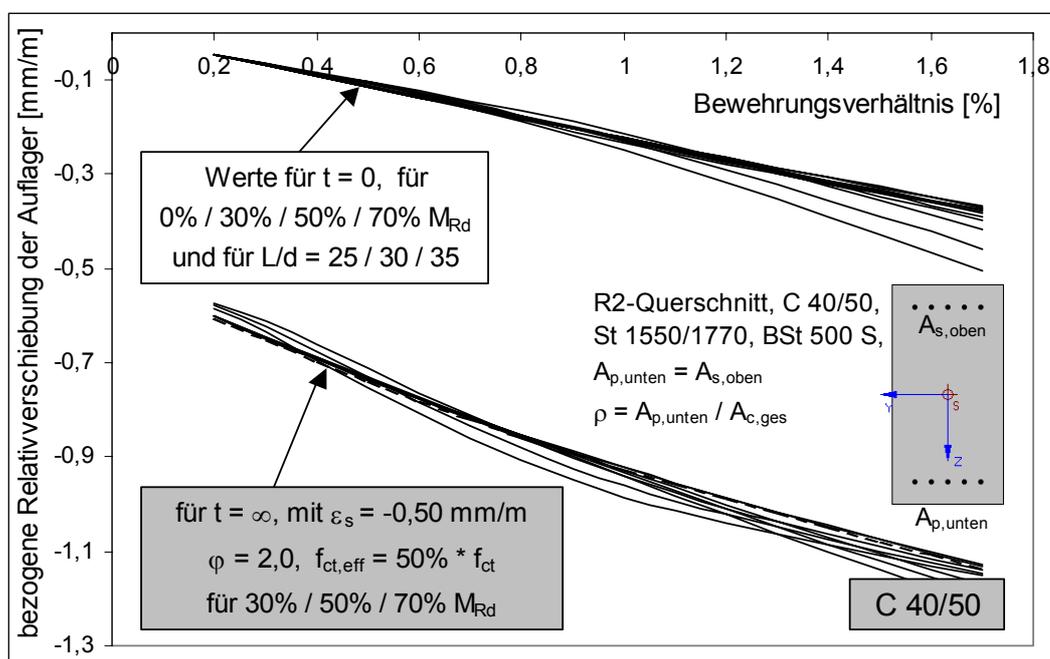


Bild 6.34 Bezogene Relativverschiebung der Auflager für einen gelenkig gelagerten Einfeldträger in Abhängigkeit vom Bewehrungsverhältnis, Beton C40/50, Vorspannung von $A_{p,unten}$ mit $\varepsilon_p = 4,5$ mm/m, gerechnet für $L/d = 25 / 30 / 35$

Betrachtet man die resultierenden Dehnungszustände genauer, so kann der gefundene Zusammenhang leicht erklärt werden. Durch die Vorspannung der unteren Bewehrung und der daraus resultierenden Normalkraft wird der Querschnitt für einem großen Bereich der Belastung vollständig überdrückt bzw. die resultierenden Zugspannungen sind kleiner als die Zugfestigkeit. Damit verhält sich der Querschnitt jedoch näherungsweise linear-elastisch, solange die Betonspannungen sowohl im Zug- als auch im Druckbereich klein genug bleiben. Die resultierende Achsendehnung berechnet sich damit näherungsweise entsprechend Gleichung 6.5.

$$\varepsilon_0 \approx \frac{A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_p}{A_c \cdot E_{c,0}} \approx \rho_p \cdot \varepsilon_p \cdot \frac{E_p}{1,1 \cdot E_{cm}} \quad (6.5)$$

Für $t = 0$ ergeben sich mit dieser Gleichung exemplarisch die Näherungswerte $\varepsilon_0(\rho = 0,2\%) = -0,046 \text{ mm/m}$ und $\varepsilon_0(\rho = 1,7\%) = -0,393 \text{ mm/m}$, die mit den Ergebnissen aus Bild 6.34 gut übereinstimmen. In Bild 6.35 sind zum Vergleich die Achsendehnungen entlang der linken Trägerseite für den mit $\rho = 1,7\%$ bewehrten Querschnitt dargestellt, wobei diese im Mittel $\varepsilon_0 \approx -0,37 \text{ mm/m}$ betragen.

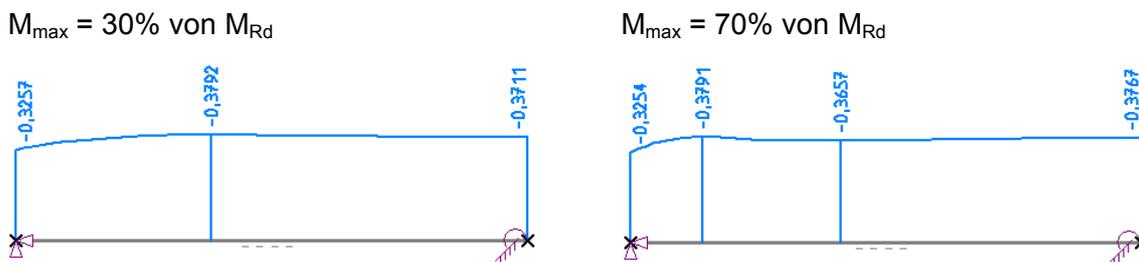


Bild 6.35 Achsendehnung [mm/m] bei unterschiedlichen Belastungen für $L/d = 30$, $t = 0$, $\rho = 1,7\%$, Darstellung der linken Seite des gelenkig gelagerten Einfeldträgers

Für $t = \infty$ verkürzt sich der Balken zusätzlich infolge Schwinden des Betons. Außerdem verringert sich infolge des Kriechens der rechnerische E-Modul des Betons mit dem Faktor $(1 + \varphi)$, so dass sich unter gleichen Annahmen wie zuvor die resultierende Dehnung im Schwerpunkt näherungsweise entsprechend Gleichung 6.6 ergeben sollte.

$$\varepsilon_0(t = \infty) \approx \rho_p \cdot \varepsilon_p \cdot \frac{E_p \cdot (1 + \varphi)}{1,1 \cdot E_{cm}} + \varepsilon_s \quad (6.6)$$

Für kleine Bewehrungsverhältnisse ist die Annahme eines ungerissenen Querschnitts noch erfüllt, so dass sich eine Dehnung $\varepsilon_0(\rho = 0,2\%) = -0,639 \text{ mm/m}$ für $t = \infty$ ergibt. Für größere Verhältnisse A_p / A_c reißt der Querschnitt durch die abnehmende Zugfestigkeit für $t = \infty$ jedoch auf, so dass die Verkürzung des Balkens nicht mehr so groß ausfällt. Auch durch die Umlagerung der Betondruckkräfte auf die schlaffe Bewehrung infolge des Kriechens nehmen die Stauchungen nicht mehr ganz so stark zu.

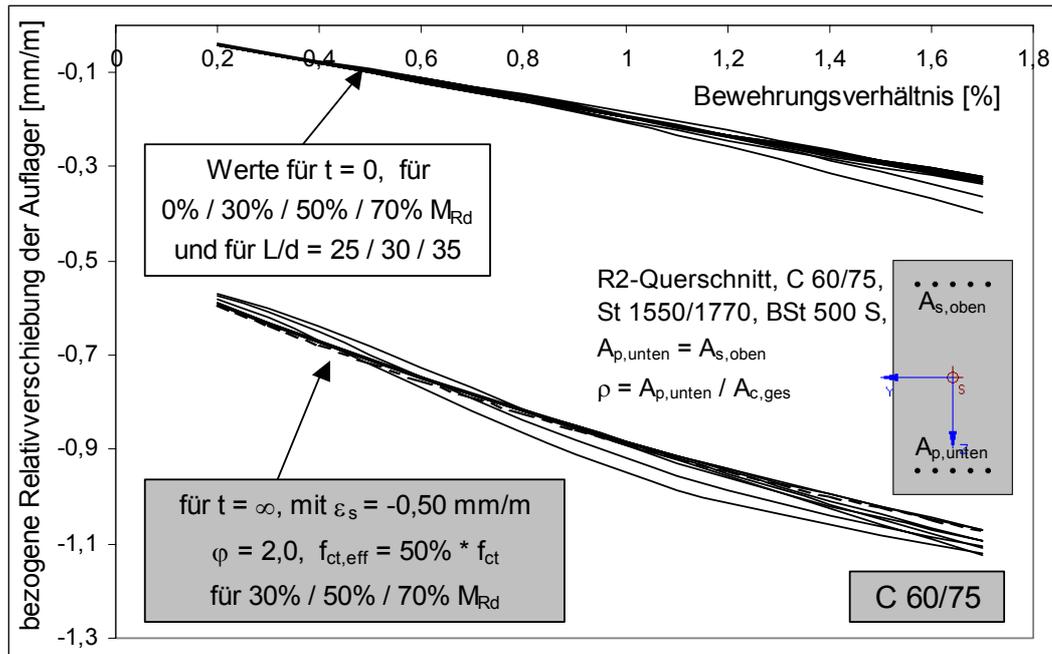


Bild 6.36 Bezogene Relativverschiebung der Auflager wie in Bild 6.34, hier jedoch für einen Beton C60/75

Bei Variation der Betonsorte bleiben die Ergebnisse für die bezogene Auflagerverschiebung prinzipiell gleich. In Bild 6.36 sind die Ergebnisse für die Rechnung mit einem Beton C60/75 dargestellt. Infolge der geänderten Baustoffkennwerte für diesen Beton, insbesondere auf Grund seines höheren E-Moduls, haben die Achsendehnungen und damit auch die Relativverschiebungen sowohl für $t = 0$ als auch für $t = \infty$ im Vergleich zur vorherigen Rechnung (C40/50) abgenommen.

Maßgebend für die Zwangsbeanspruchungen bei Ausführung einer dehnbehindernden Lagerung ist die Änderung der Verformung zwischen Einbauzustand (vorgespannt, $t = 0$, Eigengewicht) und späteren Belastungssituationen. Da die Höhe der Belastung bei den untersuchten vorgespannten Systemen nahezu keinen Einfluss auf die Relativverschiebung der Auflager hat, verbleibt als einzige Größe das Schwinden und Kriechen des Betons. In erster Näherung ergibt sich als Differenzwert zwischen der Verformung bei $t = 0$ und der Verformung bei $t = \infty$ eine bezogene Relativverschiebung von $\varepsilon \approx \varepsilon_s$.

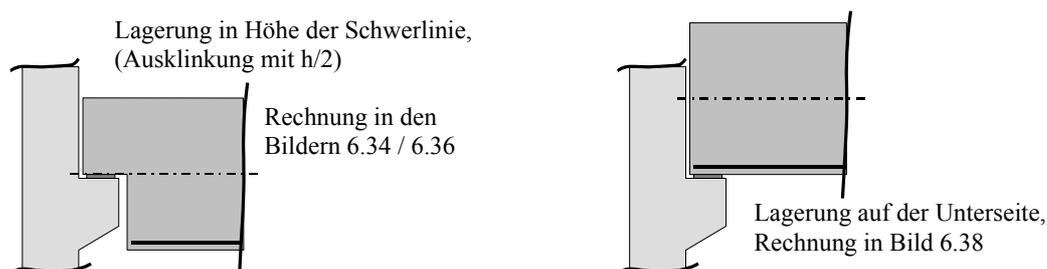


Bild 6.37 Untersuchte Lagerungsarten der Fertigteilträger aus Spannbeton

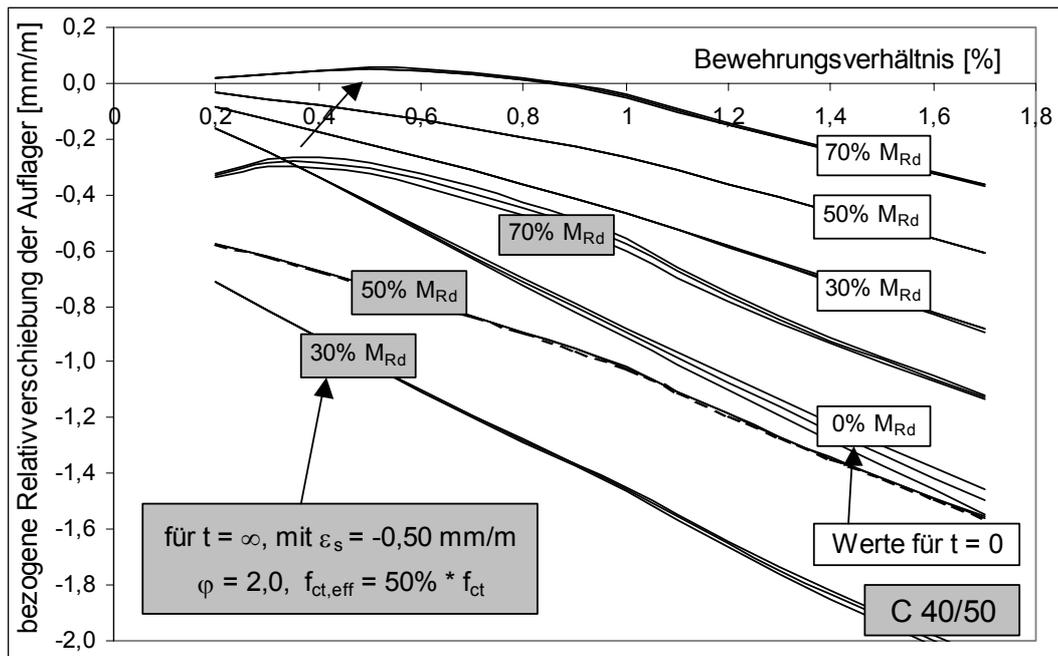


Bild 6.38 Bezogene Relativverschiebung der Auflager wie in Bild 6.34, hier jedoch für einen Spannbetonträger, der auf der Balkenunterseite aufgelagert ist

Ein Großteil der Spannbetonträger für Hallen in Fertigteilbauweise wird nicht in Höhe der Schwerlinie, sondern auf der Balkenunterseite gelagert (Bild 6.37). Die Ergebnisse sind für einen Träger aus C40/50 in Bild 6.38 dargestellt.

Durch die Vorspannung der unteren Bewehrung wird der Bezugspunkt für die Auflagerverschiebung, in diesem Fall die untere Querschnittsfaser, gestaucht. Für größere Bewehrungsverhältnisse ist die Kraft aus Vorspannung größer, so dass folglich die Stauchung an der unteren Balkenkante ansteigt und damit auch der Betrag der bezogenen Auflagerverschiebung.

Für steigende Belastungen wird die Stauchung auf der Balkenunterseite wieder verringert. Ab einer gewissen Größe der äußeren Last reißt der Querschnitt im mittleren Bereich des Einfeldträgers auf, so dass positive Dehnungen auftreten. Die Zunahme der Relativverschiebungen der Auflager in Bezug auf den Einbauzustand ist die Folge.

Für den Zeitpunkt $t = \infty$ wird die Stauchung auf der Unterseite des Querschnitts infolge Schwinden und Kriechen des Betons stark erhöht, so dass die Unterschiede im Vergleich mit dem Zeitpunkt $t = 0$ teilweise mehr als das zweifache der Schwinddehnung betragen. Erst bei größeren Belastungen ($M_{max} = 70\% M_{Rd}$) ergibt sich in Relation zum Einbauzustand ($t = 0, M = 0$) für fast alle Bewehrungsverhältnisse wieder eine Verlängerung des Balkens.

6.2 Zwangsbeanspruchungen bei dehnbehindernder Lagerung

Wird eine Decke oder ein Unterzug zwischen zwei aussteifenden Kernen angeordnet, so entstehen bei einer fugenlosen Bauweise durch Schwinden und Abfließen der Hydratationswärme Zugspannungen im Balken. Durch die im vorherigen Kapitel diskutierte Dehnung der Systemachse werden die Zwangsbeanspruchungen im Gebrauchszustand jedoch vermindert und im Grenzzustand der Tragfähigkeit meist völlig abgebaut. Mit den folgenden Untersuchungen soll geklärt werden, wie hoch die verbleibenden Zwangsbeanspruchungen sind und inwieweit die Dauerhaftigkeit des Tragwerks dadurch beeinträchtigt wird.

Dazu wird vereinfachend ein eingespannter und dehnbehindert gelagerter Einfeldträger untersucht, der aus dem realen Durchlaufsystem gedanklich herausgeschnitten wird. Die Auflager werden mittels einer Auflagerpressung der Breite $b_{\text{eff}} = h$ (Querschnittshöhe) berücksichtigt, um eine real vorhandene Ausrundung der Biegemomente zu modellieren. Die Belastung wird wie bereits zuvor in den Schritten 30% / 50% / 70% und 100% der maximalen Einwirkung (Grenzzustand der Tragfähigkeit) aufgebracht.

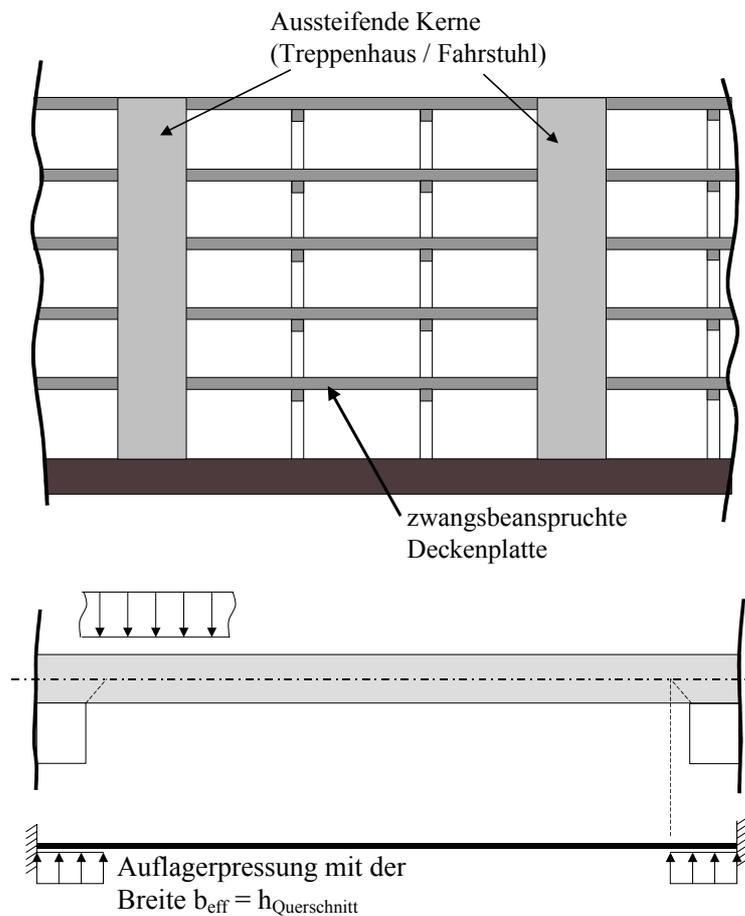


Bild 6.39 Zwangsbeanspruchte Deckenplatte im Hochbau und benutzte Vereinfachung

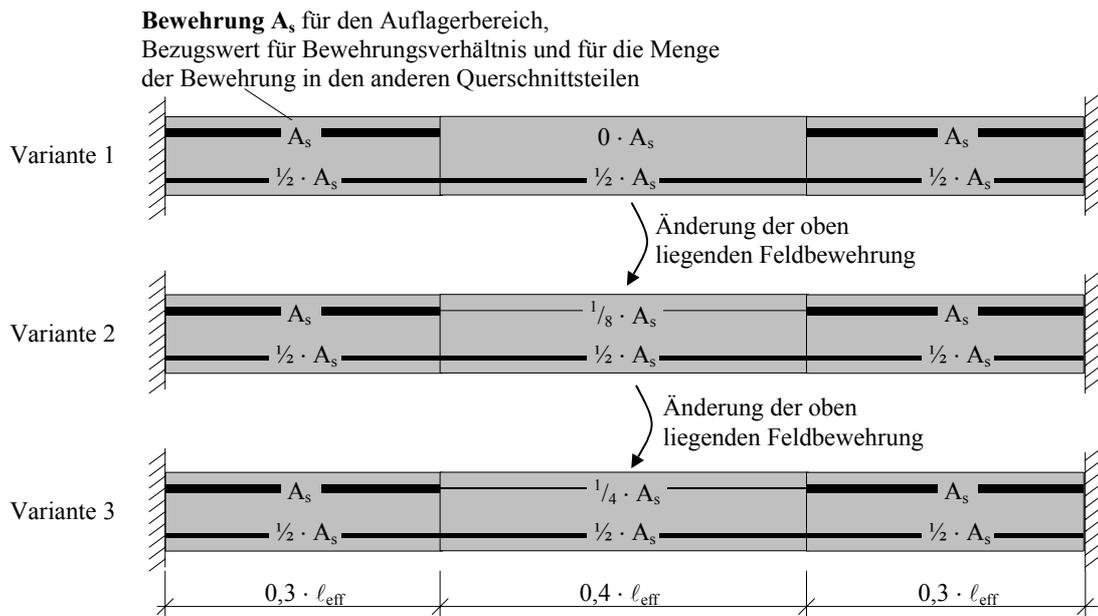


Bild 6.40 Varianten der Bewehrungsanordnung im Feld- und im Auflagerbereich

In Kapitel 6.1.6 wurde ein entsprechend Variante 1 (Bild 6.40) bewehrter Einfeldträger im Hinblick auf seine Längsverformung untersucht. Bei diesem System ergibt sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit für den Zeitpunkt $t = \infty$ durch das Fließen der Bewehrung im Auflagerbereich eine so große Achsendehnung, dass die Verkürzung infolge Schwinden vollständig kompensiert und der Balken sogar länger wird. Bei einer nichtlinearen Rechnung des Systems mit einer dehnbehindernden Lagerung ergibt sich demzufolge eine Druckkraft für diese Belastung.

Auch für den Fall der Gebrauchsbeanspruchung mit $30\% \cdot M_{Rd}$ für den Zeitpunkt $t = \infty$ kann die nichtlineare Rechnung scheinbar problemlos durchgeführt werden. Bei der anschließenden Überprüfung, ob die ermittelten Schnittgrößen vom Querschnitt aufgenommen werden können, ist die Tragfähigkeit jedoch für nahezu den gesamten Feldbereich mit untenliegender Bewehrung nicht erfüllt. Der Grund dafür liegt darin, dass die Tragfähigkeit des ungerissenen Balkens größer ist als die Tragfähigkeit bei Fließen der Bewehrung (Bild 6.41). Durch die Anordnung der Bewehrung auf der Unterseite des Querschnitts und bei Wirken einer Zugnormalkraft muss sich das einwirkende Biegemoment sogar zwischen einem minimalen und einem maximalen positiven Wert befinden, um für den gerissenen Querschnitt ein Gleichgewicht zu ermöglichen. Ein Biegemoment von $M_y = 0$ wäre infolge der exzentrisch angeordneten Bewehrung für $N_x > 0$ nicht erlaubt.

Um den geschilderten Fall eines unterbewehrten Querschnitts zu vermeiden, muss auf der Oberseite des Balkens im Feldbereich zusätzliche Bewehrung vor allem zur Aufnahme der Zugnormalkraft eingelegt werden. Mit unterschiedlichen Mengen ist dies für die Varianten 2 und 3 aus Bild 6.40 durchgeführt.

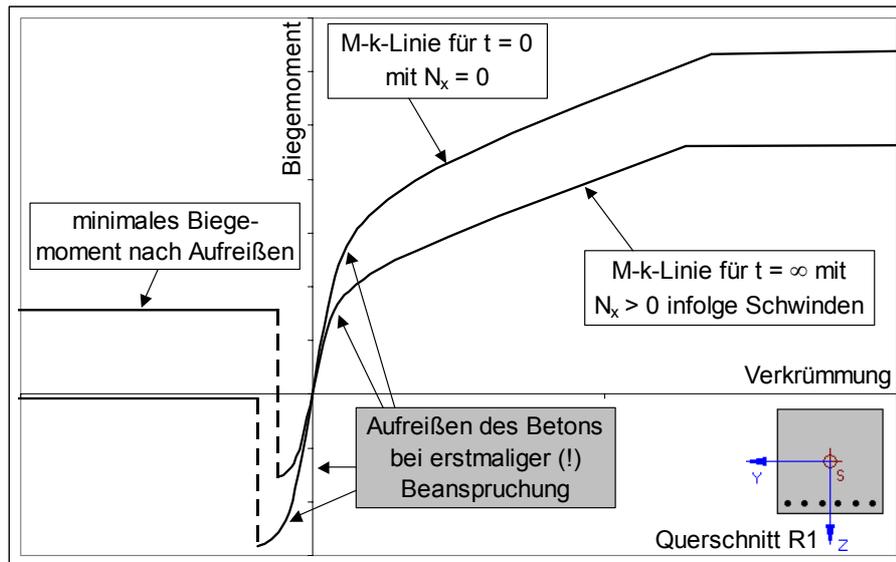


Bild 6.41 M-k-Linien für $N_x(t=0) = 0$ und $N_x(t=\infty) > 0$, Feldquerschnitt aus Variante 1

Bereits für Variante 2 mit einer recht kleinen zusätzlichen oberen Feldbewehrung (25% der unten liegenden Menge) können die Schnittgrößen für den Gebrauchszustand aufgenommen werden. Die resultierenden Zwangsnormalkräfte für den Zeitpunkt $t = \infty$ infolge Schwinden des Betons sind in Bild 6.42 als bezogene Werte der Normalkraft dargestellt. Zum Vergleich dazu sind auch die Drucknormalkräfte eingetragen, die sich für den Zeitpunkt $t = 0$ bei Ausbildung einer dehnbehindernden Lagerung ergeben.

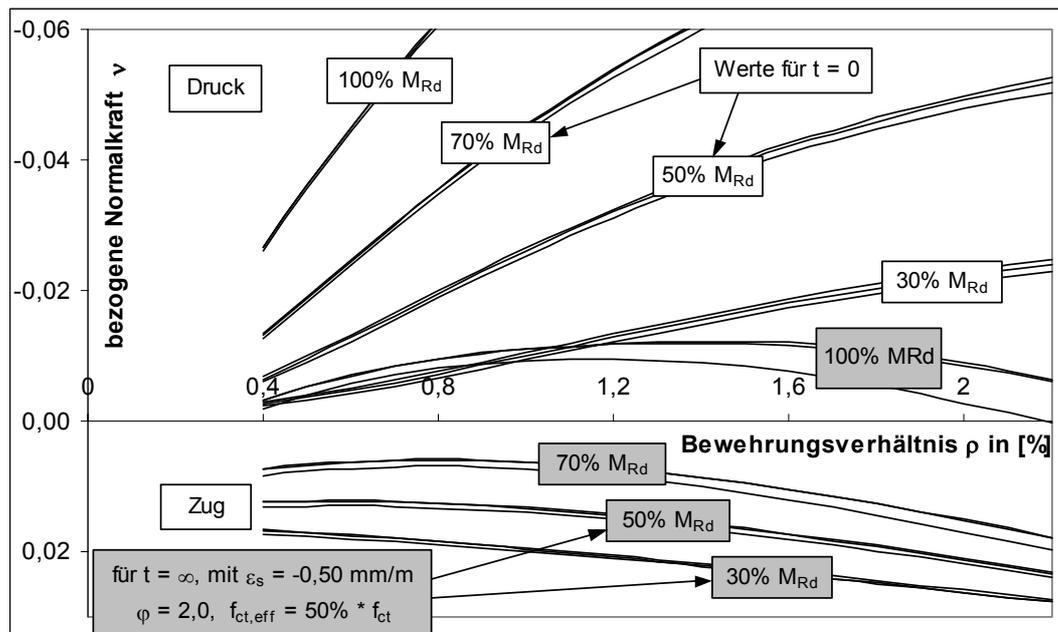


Bild 6.42 Zwangsnormalkräfte für Variante 2 aus Bild 6.40 für $t = 0$ und $t = \infty$, Rechnung jeweils für Verhältnisse $\ell / d = 25 / 30 / 35$

Die kleinsten Zugkräfte für den Zeitpunkt $t = \infty$ treten tendenziell für kleine Bewehrungsverhältnisse auf. Die versteifende Mitwirkung des Betons in der Zugzone hat für diese Systeme einen erheblichen Einfluss, so dass die Abminderung der effektiven Zugfestigkeit auf 50% des ursprünglichen Wertes den resultierenden Dehnungszustand entscheidend verändert. Beim zusätzlichen Auftreten einer Zugnormalkraft reißt der Beton vor allem im Feldbereich komplett auf, so dass im Riss nur noch die obere und untere Bewehrung zur Aufnahme der Beanspruchung verbleiben. Dadurch ergibt sich jedoch eine sehr hohe Achsendehnung, so dass die aufgebaute Zwangsnormalkraft einen recht kleinen Wert aufweist.

Da der Einfluss der versteifenden Mitwirkung der Betonzugzone für größere Bewehrungsverhältnisse nicht mehr so ausgeprägt ist, ergibt sich durch die Reduzierung von f_{ct} für diesen Bereich keine maßgebliche Vergrößerung der Achsendehnung, so dass die Zwangsnormalkräfte infolge Schwinden für größere Bewehrungsverhältnisse zunehmen.

Vergleichsrechnungen für die Varianten 1, 2 und 3 aus Bild 6.40 zeigen nur unwesentliche Änderungen der Zwangskräfte, jedoch beträchtliche Unterschiede in den wirkenden Spannungen in der Bewehrung. So ergeben sich vor allem für kleine Bewehrungsverhältnisse für die obere Bewehrung im Feldbereich Spannungen nahe der Fließgrenze, so dass größere Risse die Folge sind und die Gebrauchstauglichkeit erheblich beeinträchtigt wird.

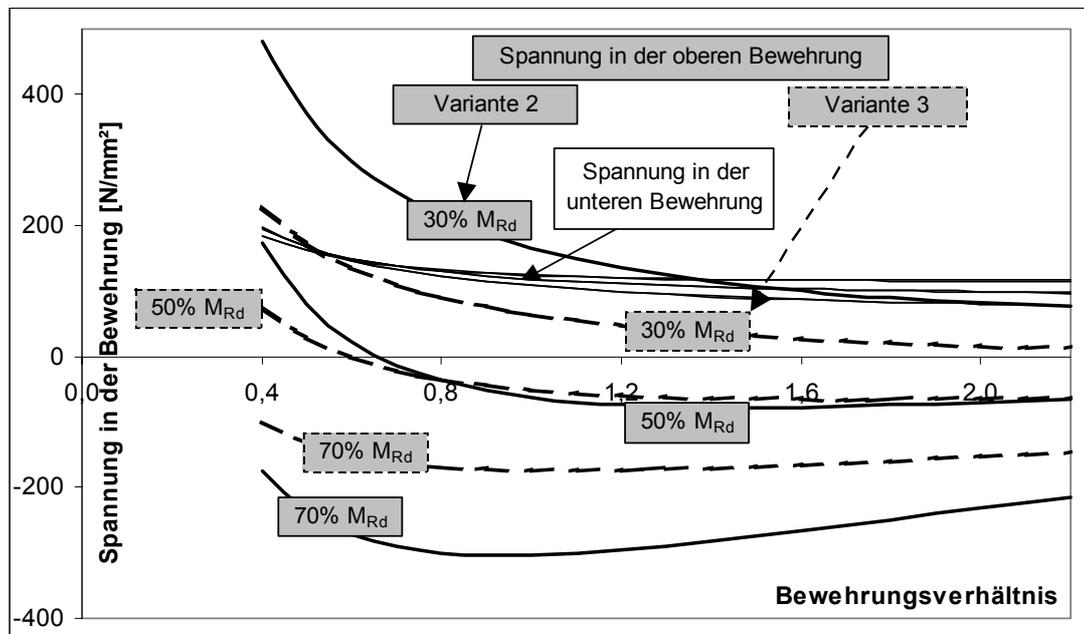


Bild 6.43 Vergleich der Spannungen in der oberen und unteren Bewehrung im Feldbereich für die Varianten 2 und 3 aus Bild 6.40, Rechnung im Riss sowie vereinfachend ohne Ansatz der Betondruckzone

Bei Auswertung der Schnittgrößen im Feldbereich fällt auf, dass sich vor allem für kleine Bewehrungsverhältnisse die Dehnungszustände bei Rechnung mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften (verschmierte Risse) und bei Rechnung direkt im Riss (nur Bewehrung) stark voneinander unterscheiden. Beim Vergleich der Dehnungszustände (Bild 6.44 rechts) bei Wirkung von M_y / N_x ergibt sich eine Verkrümmung mit geändertem Vorzeichen. In Bild 6.45 ist dieses Verhalten anhand von M-k-Linien dargestellt, die für verschiedene effektive Zugfestigkeiten berechnet wurden. Für ein Biegemoment, welches in etwa $25\% \cdot M_{y, \text{yield}}$ beträgt, ergibt sich bei Wirkung der vollen Zugfestigkeit eine positive Verkrümmung, die mit sinkender Zugfestigkeit anfangs zunimmt. Wird die Zugfestigkeit jedoch noch weiter verringert, dann wird die Verkrümmung wieder kleiner und erreicht letztendlich sogar negative Werte. Damit muss jedoch die Frage gestellt werden, ob das

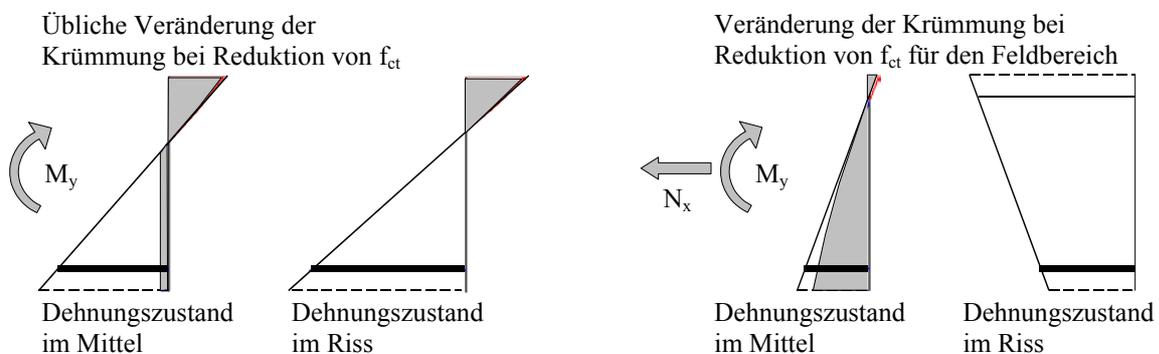


Bild 6.44 Vergleich der Dehnungszustände bei Rechnung mit mittleren Baustoffkennwerten und bei Rechnung im Riss (keine versteifende Mitwirkung des Betons)

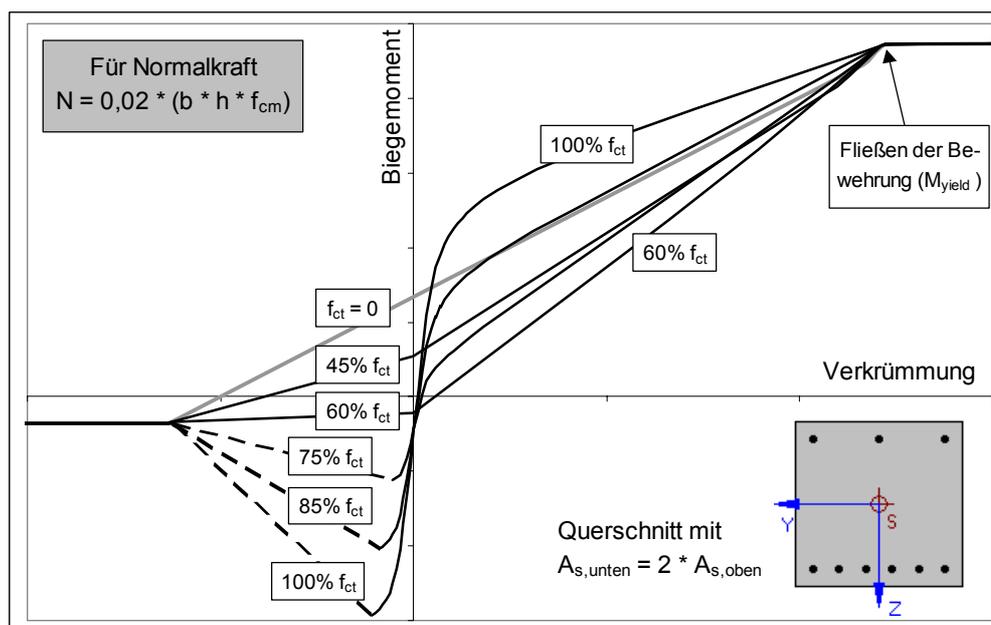


Bild 6.45 M-k-Linien für $t = \infty$ bei Wirkung einer Normalkraft ($\nu = 0,02$) für unterschiedliche Werte der Zugfestigkeit f_{ct}

benutzte Mitwirkungsgesetz der gerissenen Betonzugzone für derartige Situationen brauchbare Näherungen liefert. Für die aus den Verkrümmungen resultierenden vertikalen Verformungen könnten sich Abweichungen ergeben.

Die in diesem Fall besonders interessierenden Achsendehnungen, die die Größe der Zwangsbeanspruchung entscheidend beeinflussen, weisen jedoch bei abnehmender Zugfestigkeit eine kontinuierliche Zunahme auf. Damit wird eine Rechnung mit den mittleren Baustoffeigenschaften (verschmierte Risse) jedoch auch brauchbare Näherungen liefern.

6.2.1 Zeitlicher Verlauf der Zwangsnormalkräfte

In den bisherigen Untersuchungen wurden vereinfachend nur die Zeitpunkte $t = 0$ und $t = \infty$ in Bezug auf die Werte für φ , ε_s , und $f_{ct,eff}$ betrachtet. Die zeitlichen Verläufe für das Schwinden und das Kriechen des Betons können der DIN 1045-1 oder dem Eurocode 2 entnommen werden. Problematisch ist jedoch die Annahme einer effektiven Zugfestigkeit des Betons für einen beliebigen Zeitpunkt, da dieser Wert unter anderem von der bisherigen Lastgeschichte abhängt und die Abminderung der Betonzugfestigkeit unter Dauerbeanspruchung großen Streuungen unterworfen ist.

Insofern wird im folgenden die vereinfachende Annahme getroffen, dass sich die Werte für φ , ε_s , und $f_{ct,eff}$ gleichmäßig verändern. Damit kann die zeitliche Entwicklung der Zwangsnormalkräfte zumindest näherungsweise abgeschätzt werden. Die Ergebnisse sind in Bild 6.46 beispielhaft für einen Balken mit der Schlankheit $\ell_{eff} / d = 25$ für die zwei

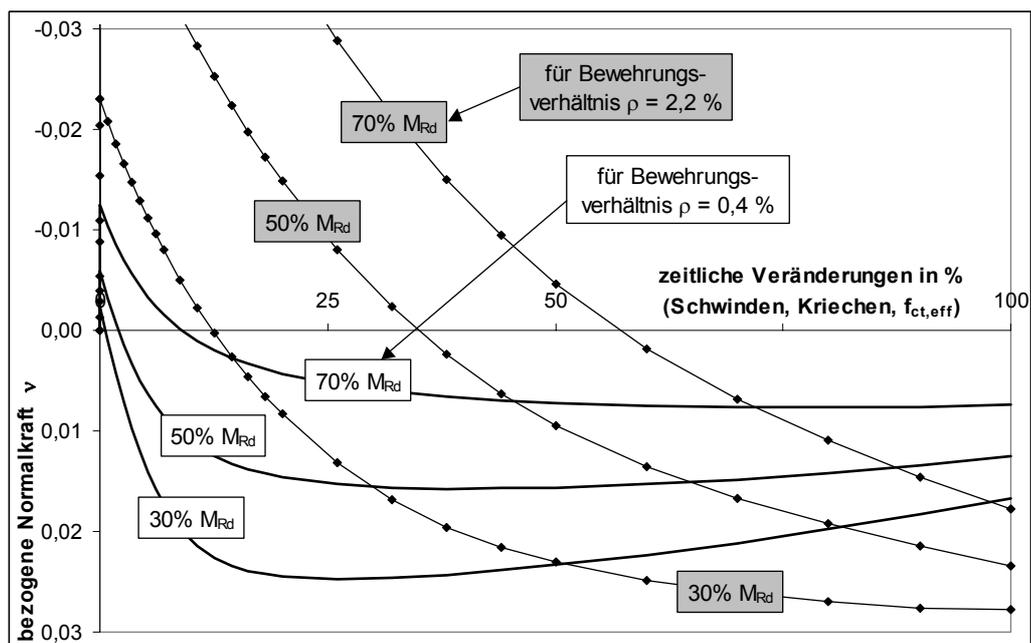


Bild 6.46 Änderung der Normalkraft bei gleichmäßiger Änderung von φ , ε_s und $f_{ct,eff}$

Bewehrungsverhältnisse $\rho = 0,4\%$ und $\rho = 2,2\%$ dargestellt. Der Punkt 0% auf der x-Achse entspricht dem Zeitpunkt $t = 0$, der Punkt 100% steht für $t = \infty$.

Für kleine Bewehrungsverhältnisse ergibt sich der maßgebende Zeitpunkt für die maximale Zwangsbeanspruchung nicht bei $t = \infty$, sondern für einen Zeitpunkt, an dem die Werte $\varphi(t)$, $\varepsilon_s(t)$ und $f_{ct,eff}(t)$ in etwa 25% ihres jeweiligen Endwertes erreicht haben. Dies entspricht in etwa dem Zeitpunkt 100 bis 150 Tage nach dem Betonieren. Infolge der noch sehr hohen effektiven Zugfestigkeit und einer daraus resultierenden geringen Achsendehnung ergeben sich auch bei kleinen Schwinddehnungen große Zwangsnormalkräfte, die für das Bewehrungsverhältnis $\rho = 0,4\%$ in etwa das 1,5fache der Normalkraft bei $t = \infty$ betragen. Gleiches gilt näherungsweise für die in Bild 6.43 dargestellten Spannungen der Bewehrung im Feldbereich.

Für steigende Belastungen und insbesondere auch für größere Bewehrungsverhältnisse wird der Einfluss der mitwirkenden Betonzugzone kleiner, so dass für diesen Fall die maximale Zwangsnormalkraft für den Zeitpunkt $t = \infty$ auftritt.

6.2.2 Schlussfolgerung

Von Vorteil beim Auftreten von Zwangsbeanspruchungen ist immer, dass der Zwang entweder in den ersten Tagen nach dem Betonieren bei kleinem $f_{ct,eff}$ auftritt oder dass die rissauslösende Einwirkung nicht der Zwang selber ist, sondern eine äußere Belastung aus Eigengewicht und Verkehrslast darstellt. Damit lässt sich erreichen, dass bei Einwirken des vollen Zwangs, ein nahezu abgeschlossenes Rissbild im Balken vorhanden ist. In diesem Fall führt das Schwinden des Betons nur zu einer Aufweitung der vorhandenen Risse oder gegebenenfalls zu einer Ausbildung von zusätzlichen Rissen.

Eine Erstrissbildung infolge Zwang wird meist innerhalb der ersten 3 bis 5 Tage nach dem Betonieren infolge Frühschwinden und Abfließen der Hydratationswärme erfolgen. Für diesen Fall darf die wirksame Zugfestigkeit $f_{ct,eff}$ auf 50% des Wertes herabgesetzt werden, der nach 28 Tagen erreicht wird. Entsprechend DIN 1045-1 lässt sich die Mindestbewehrung für diese Zwangsbeanspruchungen wie folgt berechnen:

$$A_{s,min} = k_c \cdot k \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s} \quad (6.7)$$

$$k_c = 0,4 \cdot \left[1 + \frac{\sigma_c}{k_1 \cdot f_{ct,eff}} \right] \leq 1 \quad (6.8)$$

Die Zugspannungen infolge Zwang werden im Bauteil selbst hervorgerufen (Schwinden und Abfließen der Hydratationswärme), so dass sich die Eingangswerte wie folgt ergeben.

$A_{ct} = A_{c,ges}$	gesamte Querschnittsfläche auf Zug beansprucht
$k = 0,8$	bei im Bauteil selbst hervorgerufenem Zwang
$\sigma_c = f_{ct,eff}$	Rissschnittgröße wird erreicht
$k_1 = 2/3$	für Zugnormalkraft
$k_c = 1,0$	Auswertung von Gleichung 6.8

Durch Umstellen der Gleichung 6.7 lässt sich für beliebige Querschnitte das Bewehrungsverhältnis ermitteln, ab dem die Bewehrung beim Erstriss eine festzulegende Spannungsgrenze σ_s nicht überschreitet.

$$\rho_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_c} = 0,8 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \quad (6.9)$$

Nur mit Variante 3 der untersuchten Bewehrungsanordnungen ließ sich eine Begrenzung der Spannung in der oberen Feldbewehrung erreichen, so dass die Fließgrenze nicht überschritten wird. Im Feldquerschnitt ergibt sich damit das Bewehrungsverhältnis zu

$$\rho_{Feld,ges} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{A_s}{A_c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{A_s}{A_c} \quad (6.10)$$

Das kleinste, in den Untersuchungen benutzte Verhältnis beträgt $A_s / A_c = 0,4\%$, so dass sich im Feld der Wert zu $\rho_{Feld,ges} = 0,3\%$ berechnet. Weiterhin ergab sich die größte ermittelte Zugspannung der Bewehrung im Feld für dieses Verhältnis zu $\sigma_s \approx 1,5 \cdot 250 = 375 \text{ N/mm}^2$ für den Zeitpunkt $t = 100$ bis 150 Tage. Eine Berechnung von Gleichung 6.9 mit diesen Eingangswerten liefert

$$\rho_{min} = 0,8 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} = 0,8 \cdot \frac{50\% \cdot 3,0 \text{ N/mm}^2}{1,5 \cdot 250 \text{ N/mm}^2} = 0,32\% \quad (6.11)$$

was mit dem in den Untersuchungen gefundenen Wert von $\rho = 0,3\%$ gut übereinstimmt. Damit können die bisherigen Erfahrungswerte in Bezug auf die Anordnung der Mindestbewehrung bestätigt werden.

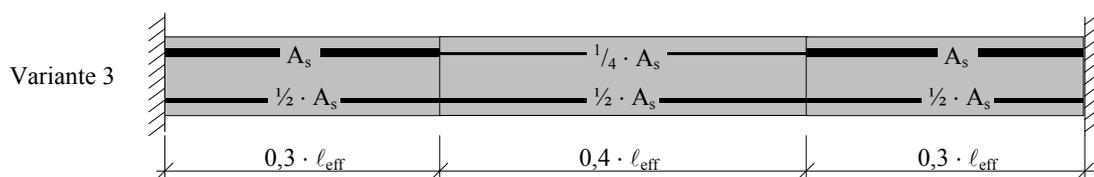


Bild 6.47 Empfohlene Variante 3 der untersuchten Bewehrungsanordnungen

Für Konstruktionen, bei denen infolge Schwinden des Betons Zwangsnormalkräfte auftreten, lässt sich zusammenfassend feststellen, dass die Mindestbewehrung für Zwang entsprechend DIN 1045-1 überprüft werden muss. Bei größeren Bewehrungsmengen, die sich bereits aus der statischen Berechnung infolge äußerer Lasten ergeben, ist nur insoweit eine Änderung empfehlenswert, dass auch auf der Oberseite im Feld in etwa 25 bis 50% der unten liegenden Feldbewehrung eingelegt werden sollte. Zusätzlich ist eine Überhöhung des Balkens mit $L/500$ bis $L/250$ sinnvoll. Damit können für die hier untersuchten Systeme die auftretenden Zugkräfte ohne Einschränkungen der Gebrauchstauglichkeit aufgenommen werden.

6.3 Auswirkungen der Achsendehnung bei Hallentragwerken in Fertigteilbauweise

Für die Dachbinder bei Hallen in Fertigteilbauweise kommen vorzugsweise vorgespannte, in einigen Fällen auch schlaff bewehrte Stahlbetonbalken zum Einsatz. Die Lagerung erfolgt auf der Balkenunterseite oder auf ausgeklinkten Trägerenden (Bild 6.48).

Je nach ausgeführter Konstruktion ergeben sich bereits im Gebrauchszustand beträchtliche Relativbewegungen der beiden Auflagerpunkte sowohl zueinander als auch voneinander weg. Nimmt man die in den Kapiteln 6.1.6 und 6.1.7 ermittelten Extremwerte, so kann sich für einen 20 m langen, in Höhe seiner Schwerlinie gelagerten Spannbetonträger eine Verkürzung um $20 \text{ m} \cdot 0,9 \text{ mm/m} = 1,8 \text{ cm}$ ergeben. Wird der Träger schlaff bewehrt und auf der Balkenunterseite gelagert, kann die Verlängerung bis zu $20 \text{ m} \cdot 1,1 \text{ mm/m} = 2,2 \text{ cm}$ betragen. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit, wenn die unten liegende Bewehrung des Dachbinders die Fließgrenze überschreitet, kann die Verlängerung weiter ansteigen.

Da die Lagerung der Dachbinder auf den Konsolen häufig so ausgebildet ist, dass Horizontalkräfte übertragen werden können, entstehen durch diese Längenänderung Zwangsbeanspruchungen in den Stützen. Insbesondere bei Ausführung der Halle mit mehreren

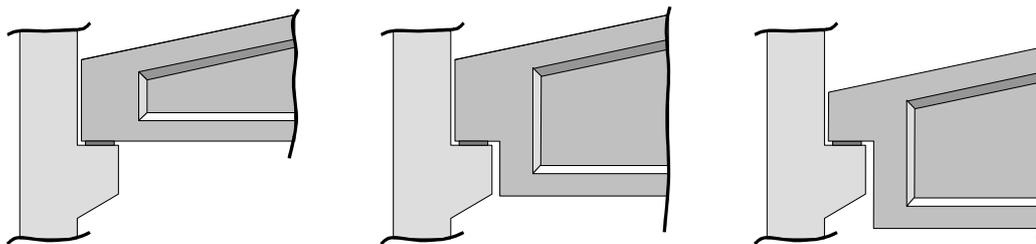


Bild 6.48 Lagerungen für den Dachbinder

Feldern kann sich eine Längenänderung im Zentimeterbereich je Dachbinder zu einer maßgebenden zusätzlichen Ausmitte für die Randstützen im Grenzzustand der Tragfähigkeit aufsummieren.

6.3.1 Sicherheitskonzept für die nichtlineare Berechnung von Stützen

Die nichtlineare Schnittgrößenermittlung wird grundsätzlich mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften durchgeführt. Das Verhalten des Stahlbetontragwerks soll dabei möglichst realitätsnah erfasst werden, so dass auch die Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone berücksichtigt werden sollte.

Die Schnittgrößenverteilung bei Balkentragwerken ändert sich nur unwesentlich, wenn die Mittelwerte der Baustoffeigenschaften im realen System niedriger sind als angenommen, da es nur auf das Verhältnis der Steifigkeiten im System ankommt. Bei der nichtlinearen Berechnung einer Stütze hängen die Schnittgrößen infolge Theorie 2. Ordnung jedoch von den Verformungen ab, so dass sich bei einer Verringerung der Mittelwerte der Baustoffeigenschaften größere Verformungen ergeben und damit auch die Beanspruchungen ansteigen. Demzufolge sind Streuungen der Baustoffeigenschaften sicherheitsrelevant und damit zu berücksichtigen.

Dem Grundgedanken des Sicherheitskonzeptes aus dem EC2 oder aus der DIN 1045-1 folgend, sind genau die Eingangswerte mit einem Sicherheitsbeiwert zu beaufschlagen, die einerseits streuen können und andererseits das Ergebnis erheblich beeinflussen. Die Betonfestigkeit ist generell großen Schwankungen unterlegen, wobei nicht nur die maximal erreichbare Druckspannung, sondern auch der E-Modul sowie die Zugfestigkeit variieren. Infolgedessen ist es bei der nichtlinearen Berechnung von Stützen sinnvoll, diese drei Parameter mit dem Sicherheitsbeiwert für Beton $\gamma_c = 1,5$ abzumindern. Auch die Spannung bei Erreichen der Fließgrenze für die Bewehrung ist Streuungen unterworfen, so dass der Mittelwert f_{ym} mit $\gamma_s = 1,15$ abgemindert werden muss. Der E-Modul der Bewehrung bleibt aber auch bei einem minder festen Stahl relativ konstant bei $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$, so dass hier keine Abminderungen mit einem Teilsicherheitsbeiwert erforderlich ist.

Der Vorteil dieser Formulierung liegt vor allem darin, dass die Übergänge vom gerissenen in den plastischen Zustand eines mit den abgeminderten mittleren Baustoffkennwerten und eines mit den Bemessungswerten modellierten Querschnitts sehr nahe beieinander liegen (Bild 6.49). Damit treten bei der nichtlinearen Schnittgrößenermittlung gerade solche Beanspruchungen auf, die vom Querschnitt gerade noch aufgenommen werden können. Wird in einem Stützenabschnitt das Fließen der Bewehrung erreicht, dann ist infolge der stark zunehmenden Verformung auch die Tragfähigkeit der Stütze erschöpft.

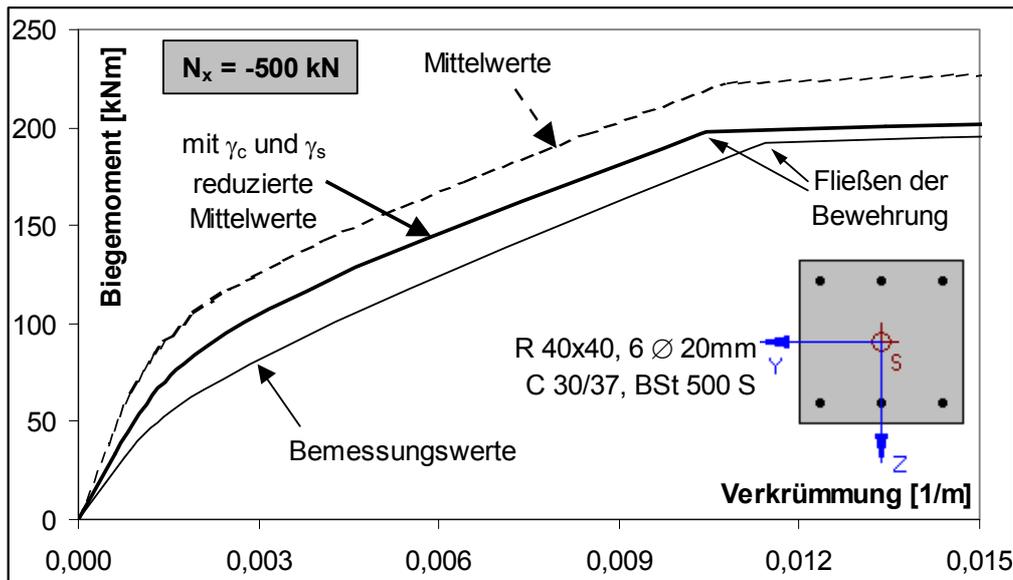


Bild 6.49 Vergleich der M-k-Linien für verschiedene Modellierungen der Baustoffe

6.3.2 Durchführung der Untersuchungen bei Hallentragwerken

Bereits bei den Untersuchungen zur Achsendehnung von Balken mussten gewisse Vereinfachungen in Bezug auf die Querschnittsabmessungen und Bewehrungsanordnung getroffen werden, um eine sinnvolle Parameterstudie durchführen zu können.

Durch das noch weitere Spektrum an ausgeführten Hallentragwerken in Fertigteilbauweise ist eine Vereinfachung und Parametrisierung nicht mehr sinnvoll durchführbar. Aus diesem Grund werden die folgenden Untersuchungen exemplarisch an einem Beispiel einer Halle durchgeführt, welches sich an das Berechnungsbeispiel 10 aus dem Buch „Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045-1, Band 1: Hochbau“ anlehnt (Bild 6.50). Bereits an diesem dreifeldrigen System lässt sich das Tragverhalten gekoppelter Stützen anschaulich erklären und die Auswirkungen der Längenänderung der Dachbinder studieren.

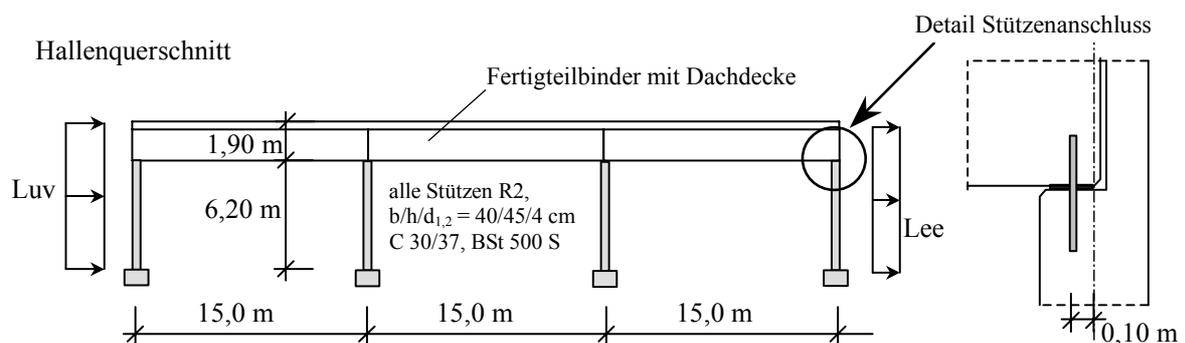


Bild 6.50 System der Industriehalle in Fertigteilbauweise, entnommen aus [1]

Die Beanspruchung der Stützen ($b / h / d_{1,2} = 40 / 45 / 4 \text{ cm}$) erfolgt einerseits durch die Summe der vertikalen Lasten aus Eigengewicht der gesamten Dachkonstruktion sowie der Verkehrslast auf dem Dach. Die horizontalen Belastungen umfassen Wind (Druck- und Sogseite) sowie Belastungen aus Schiefstellung der Stützen. Durch die Berücksichtigung von Kombinationsbeiwerten ergibt sich die maßgebende Einwirkungskombination zu $1,35 \cdot \text{Eigengewicht} + 1,5 \cdot \text{Wind} + 1,5 \cdot 0,5 \cdot \text{Schnee}$.

In Bild 6.51 ist das statische System mit den charakteristischen Lasten dargestellt. Durch die Kopplung der Stützen mit den Dachbindern werden horizontale Kräfte von den Randstützen auf die Mittelstützen übertragen. Die Einspannung in den Fundamenten wird vereinfachend als starr angenommen. Die ungewollte Lastausmitte berechnet sich zu

$$\alpha_{a1} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{\ell_{\text{col}}}} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{6,2 \text{ m}}} = 4,02 \cdot 10^{-3} \leq \frac{1}{200} = 5 \cdot 10^{-3} \quad (6.12)$$

$$e_a = \alpha_{a1} \cdot \frac{\ell_0}{2} = 4,02 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2 \cdot 6,20 \text{ m}}{2} = 0,025 \text{ m} \quad (6.13)$$

und wird im statischen System als Schiefstellung der Stützen berücksichtigt.

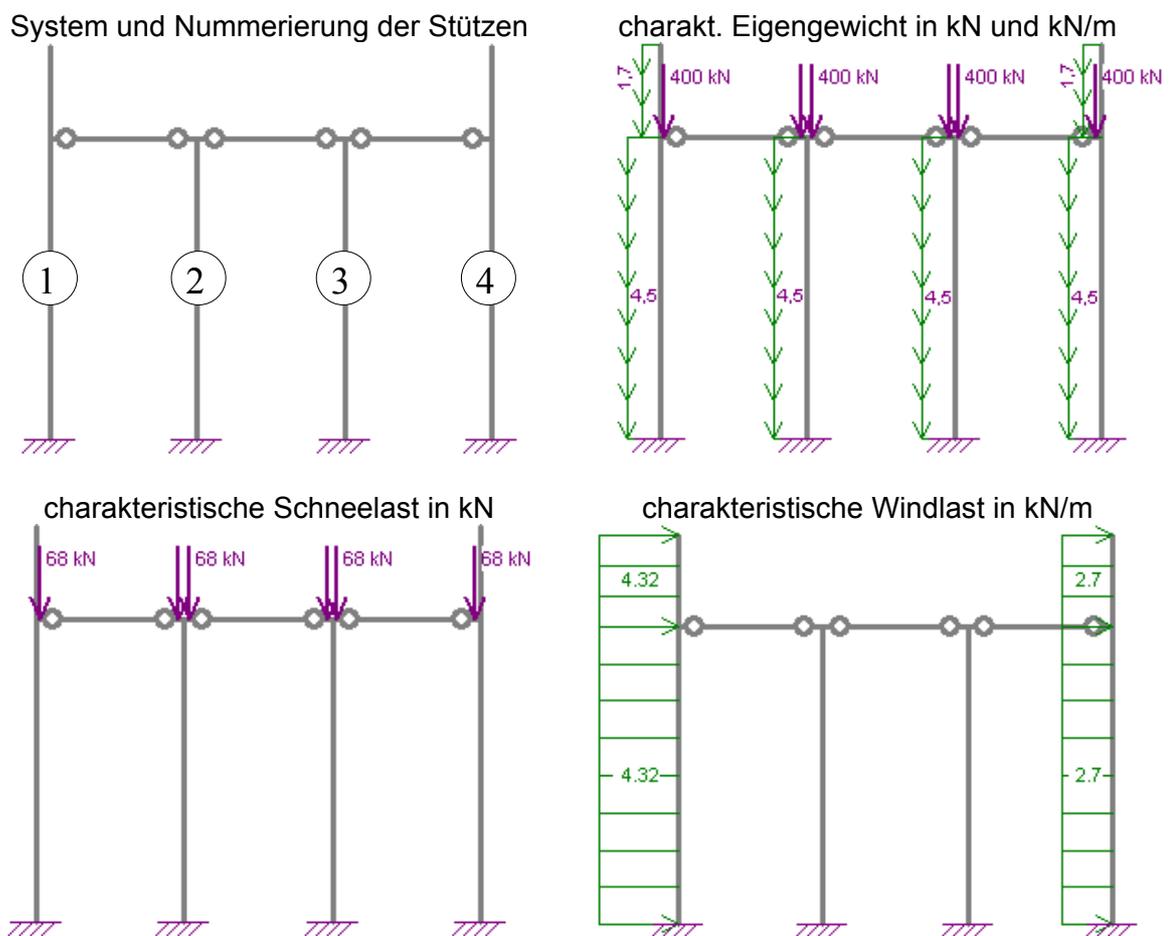


Bild 6.51 Statisches System mit charakteristischen Einwirkungen

6.3.3 Ergebnisse verschiedener Berechnungsmöglichkeiten der Stützen

Vernachlässigung der Kopplung

Im einfachsten Fall wird die Kopplung der Stützen über die Dachbinder vernachlässigt, so dass die Stützen der Halle jeweils getrennt betrachtet werden. Die Bemessung erfolgt zum Beispiel mit Hilfe des Modellstützenverfahrens oder mit Rechenprogrammen zur Stützenbemessung. In diesem Fall wird die Stütze auf der Luv-Seite am höchsten beansprucht. Eine Rechnung mit dem vereinfachten Modellstützenverfahren ergibt folgendes Ergebnis.

$$\begin{aligned}
 M_1 &= (\gamma_g \cdot F_{k,Dach} + \gamma_q \cdot \Psi_{Schnee} \cdot F_{k,Schnee}) \cdot (e_0 + e_a) + \gamma_q \cdot w_k \cdot \frac{\ell_{col}^2}{2} + \gamma_g \cdot \ell_{col} \cdot g_{Stütze} \cdot \frac{e_a}{2} \\
 &= (1,35 \cdot 400 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 68) \cdot (0,10 + 0,025) + 1,5 \cdot 4,32 \cdot \frac{(6,2 + 1,9)^2}{2} \\
 &\quad + 1,35 \cdot \left(6,2 \cdot 4,5 \cdot \frac{0,025}{2} + 1,9 \cdot 1,7 \cdot 0,029 \right) \\
 &= 591 \cdot 0,125 + 212,58 + 0,597 = 287,05 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

$$e_2 = \left(\frac{10}{12} \right) \cdot \frac{\ell_0^2}{2070 \cdot d} = \left(\frac{10}{12} \right) \cdot \frac{(2 \cdot 6,2)^2}{2070 \cdot 0,41} = 0,151 \text{ m}$$

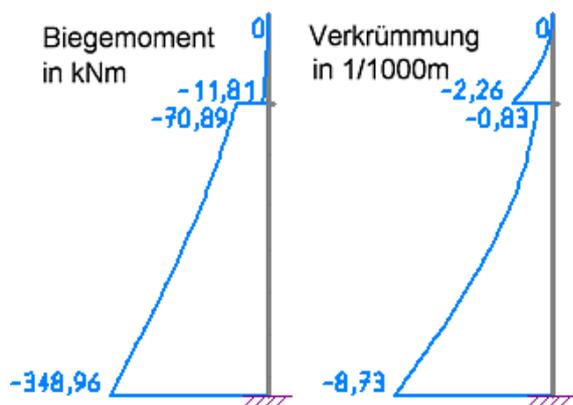
Beiwert $^{10}/_{12}$ wegen Annahme eines dreieckförmigen Verkrümmungsverlaufes

$$M_2 = N_{ges} \cdot e_2 = [1,35 \cdot (400 + \frac{1}{2} \cdot 27,9 + 3,23) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 68] \cdot 0,151 = 614,19 \cdot 0,151 = 92,64 \text{ kNm}$$

$$M_{ges} = 287,05 + 92,64 = 379,7 \text{ kNm} \quad N_{ges} = -633 \text{ kN} \quad (6.14 - 6.18)$$

Eine Bemessung für diese Schnittgrößenkombination liefert eine Bewehrungsmenge von $A_{s,ges} = 33,47 \text{ cm}^2$. Wird mit dieser Bewehrung eine nichtlineare Rechnung dieser einzelnen Stütze durchgeführt, so ergibt sich ein Moment an der Einspannstelle von $M_{sd} = 348,96 \text{ kNm}$. Die Unterschiede von knapp 9% zum zuvor ermittelten Wert von $M_{sd} = 379,7 \text{ kNm}$ resultieren aus der Abweichung beim angenommenen Verkrümmungsverlauf und einer daraus folgenden kleineren Ausmitte e_2 nach Theorie 2. Ordnung.

Ergebnisse für $A_{s,ges} = 33,47 \text{ cm}^2$



Ergebnisse für $A_{s,ges} = 31,0 \text{ cm}^2$

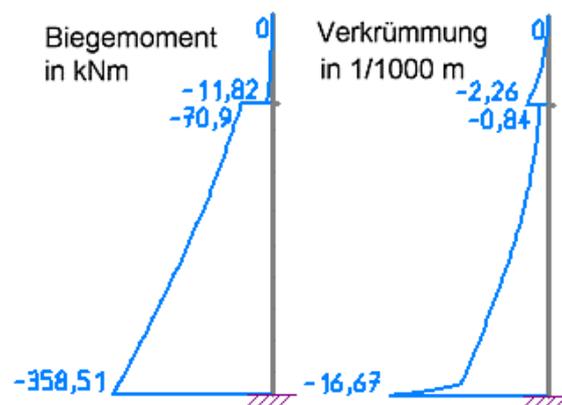


Bild 6.52 Ergebnisse für M_y und k_z der nichtlinearen Stützenrechnung

Mittels einer weiteren nichtlinearen Rechnung kann die Bewehrung auf $A_{s,ges} = 31,0 \text{ cm}^2$ reduziert werden, wobei der Querschnitt an der Fußeinspannung bereits plastiziert und die zusätzliche Sicherheit im Grenzzustand der Querschnittstragfähigkeit für die berechnete Schnittgrößenkombination nur noch $\gamma = 1,0052$ beträgt.

Kopplung der Stützen mittels einer linear-elastischen Rechnung

Eine weitere Möglichkeit der Berechnung des Hallentragwerks besteht darin, eine linear-elastische Rechnung des gesamten Systems zur Schnittgrößenermittlung durchzuführen, um im Anschluss die einzelnen Stützen jeweils getrennt nichtlinear nachzuweisen.

Auch wenn diese Variante das Tragverhalten des Systems besser abbildet und daher um einiges wirtschaftlicher ist als die erste Variante, so müssen auch hier Vereinfachungen vorgenommen werden. Problematisch ist bei der linearen Rechnung zur Schnittgrößenermittlung die Annahme für die Biegesteifigkeiten der mittleren, mit einer größeren Normalkraft belasteten Stützen. Auf Grund dieser größeren Druckkraft werden die Querschnitte erst bei höheren Momentenbeanspruchungen aufreißen und besitzen damit tendenziell eine größere Biegesteifigkeit. Durch die Kopplung der Kopfverschiebung der Stützen über die Dachbinder nehmen die mittleren Stützen damit einen zusätzlichen Teil der Beanspruchungen der äußeren Stützen auf. Zwar kann man diesen Effekt auch in einer linearen Rechnung durch Vergrößerung der Biegesteifigkeit abbilden, die Annahme eines richtigen Wertes für EI_{ers} ist jedoch schwierig. In [1] wurde $EI_{ers} = 1,25 \cdot EI$ benutzt, so dass sich für eine linear-elastische Rechnung des Systems nach Theorie 1. Ordnung die in Bild 6.53 gezeigte Schnittgrößenverteilung ergibt. Über die Dachbinder werden horizontale Kräfte auf die mittleren Stützen sowie auf die Lee-seitige Stütze übertragen, so dass die rechte Stütze mit einem Biegemoment von $M_1 = 132,85 \text{ kNm}$ maximal beansprucht wird. Wird die Ersatzbiegesteifigkeit EI_{ers} für die mittleren Stützen nicht erhöht, dann erhält man stattdessen ein maximales Moment von $M_1 = 143,81 \text{ kNm}$.

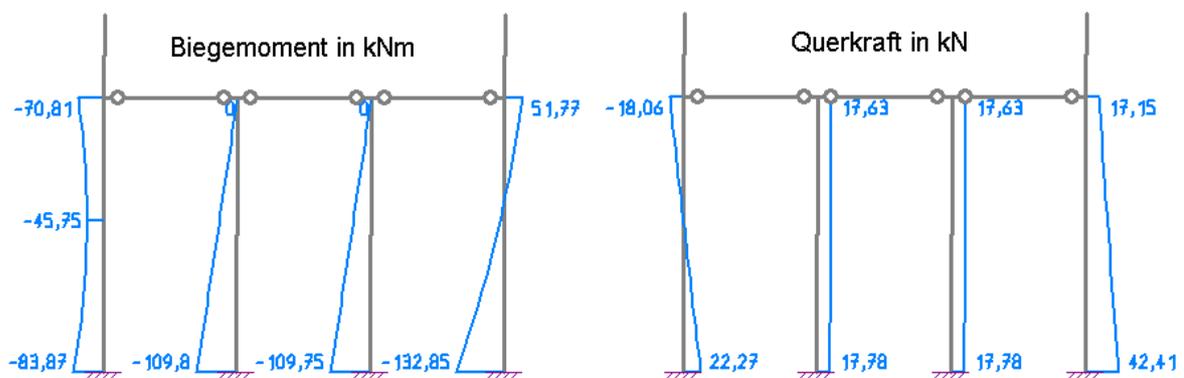


Bild 6.53 Verteilung der Biegemomente und Querkräfte nach Theorie 1. Ordnung

Im Grenzzustand der Stützentragsfähigkeit wird bei dieser Rechenvariante keine Kopplung der Stützen über die Dachbinder berücksichtigt, was beim Fehlen nichtlinearer Rechenprogramme sicherlich eine geeignete Annahme darstellt. Damit ergeben sich die weiteren Werte und Ergebnisse wie folgt, wenn wiederum ein etwas günstigerer dreieckförmiger Verkrümmungsverlauf zur Berechnung der Ausmitte e_2 angenommen wird.

$$e_2 = \left(\frac{10}{12}\right) \cdot \frac{\ell_0^2}{2070 \cdot d} = \left(\frac{10}{12}\right) \cdot \frac{(2 \cdot 6,2)^2}{2070 \cdot 0,41} = 0,151 \text{ m}$$

$$M_{\text{ges}} = 132,85 + 0,151 \cdot 633 = 228,43 \text{ kNm} \quad (6.19 - 6.20)$$

Die Bemessung liefert $A_{s,\text{ges}} = 14,54 \text{ cm}^2$.

Kopplung der Stützen mittels einer nichtlinearen Rechnung

Erst mit einer nichtlinearen Berechnung des Gesamtsystems können die Zusammenhänge realitätsnah erfasst und die benötigten Beton- und Bewehrungsmengen weiter reduziert werden. Bei den vorhandenen Querschnittsabmessungen von $b / h = 40 / 45 \text{ cm}$ ist das System selbst mit einer Bewehrungsmenge von $A_{s,\text{ges}} = 3,6 \text{ cm}^2$ noch tragfähig (Bild 6.54, links). Die konstruktive Mindestbewehrung liegt jedoch bereits mit $6 \varnothing 12 \text{ mm} = 6,79 \text{ cm}^2$ deutlich höher. Erst ein verkleinerter Querschnitt mit $b / h = 40 / 40 \text{ cm}$ liefert wieder eine sinnvolle Bewehrungsmenge von $A_{s,\text{ges}} = 11,3 \text{ cm}^2$ (Bild 6.54, rechts).

Die Verteilung der Biegemomente hat sich im Vergleich zur linear-elastischen Rechnung stark verändert. Durch die deutlich höhere Steifigkeit wird ein Großteil der zusätzlichen Belastung aus Theorie 2. Ordnung von den Innenstützen aufgenommen. Das Verhältnis der Biegemomente der leeseitigen Stütze zu den Innenstützen hat sich von $132,85 / 109,80 = 1,21$ auf $140,64 / 145,04 = 0,97$ bzw. $173,23 / 180,43 = 0,96$ reduziert. Die deutliche Umlagerung wird vor allem dadurch hervorgerufen, dass die rechte Randstütze im gezeigten Grenzzustand der Stützentragsfähigkeit anfängt zu plastizieren (Bild 6.55).

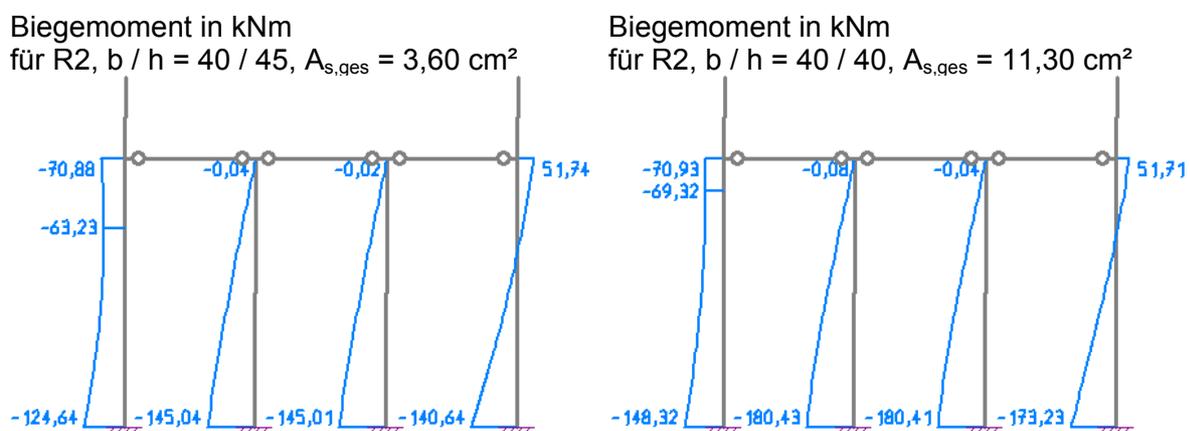


Bild 6.54 Verteilung der Biegemomente für die nichtlineare Berechnung des Systems

Verkrümmung in 1/1000 m

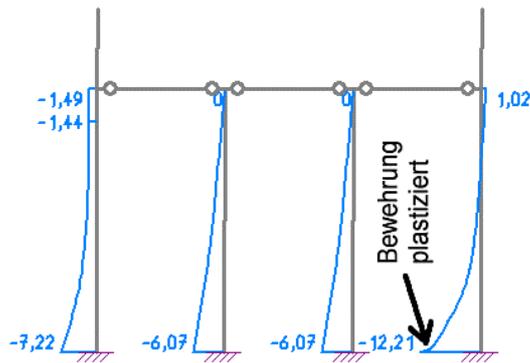
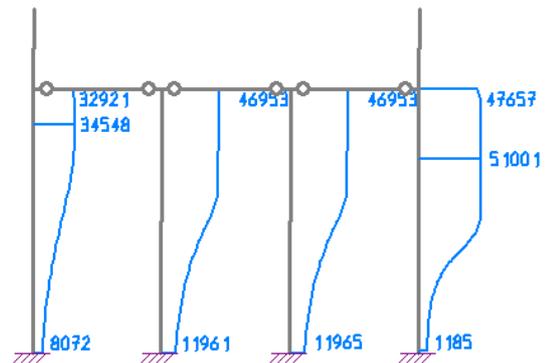
Tangentiale Biegesteifigkeit in kNm²

Bild 6.55 Verkrümmung und tangentiale Biegesteifigkeit für die nichtlineare Rechnung mit dem Querschnitt R2, $b / h = 40 / 40$ cm, $A_{s,ges} = 11,30$ cm²

6.3.4 Auswirkungen einer Längenänderung der Dachbinder

Mit einer nichtlinearen Rechnung des Systems lassen sich durch die Umlagerung der Horizontalkräfte von den äußeren auf die mittleren Stützen erhebliche Tragreserven mobilisieren. Durch eine Längenänderung der Dachbinder kann diese Umlagerung jedoch erheblich beeinflusst werden. In den folgenden Untersuchungen mit dem verkleinerten Stützenquerschnitt ($b / h = 40 / 40$ cm, $A_s = 11,3$ cm²) wird angenommen, dass sich die 15 m langen Dachbinder des gezeigten Beispiels im ersten Fall um maximal 1 mm/m verlängern, in einem zweiten Fall um den gleichen Betrag verkürzen.

Zwangsbeanspruchung im Gebrauchszustand

Die nichtlineare Rechnung im Gebrauchszustand wird mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften sowie mit der Einwirkung des 1,0fachen Eigengewichtes durchgeführt. Schnee und Wind werden als nicht ständig wirkend angenommen. Eine Schiefstellung des Systems wird nicht berücksichtigt. Die Beiwerte für Kriechen und Schwinden des Betons ergeben sich näherungsweise zu $\varphi = 2,2$ und $\varepsilon_s = -0,55$ mm/m.

Tabelle 6.1 Biegemomente an der Fußsinspannung infolge Zwang + 1,0 · Eigengewicht

Änderung der Dachbinder		Biegemoment M_y in kNm bei Stütze			
		①	②	③	④
keine ($t = 0$)	linear-elastisch	19,96	0	0	-19,96
	nichtlinear	20,18	0	0	-20,18
um je 1,5 cm kürzer	linear-elastisch	-93,3	-38,5	38,5	93,3
	nichtlinear	-26,68	-14,88	14,88	26,68
um je 1,5 cm länger	linear-elastisch	137,4	38,5	-38,5	-137,4
	nichtlinear	64,49	14,88	-14,88	-64,49

Für den Zeitpunkt $t = 0$ und der Beanspruchung infolge Eigengewicht verbleiben alle Stützenquerschnitte im ungerissenen Zustand. Die maximal auftretende Randdehnung ist mit $\varepsilon_c = 0,03$ mm/m kleiner als die Rissdehnung von $\varepsilon_{cr} \approx 0,10$ mm/m, so dass die Ergebnisse der linearen und der nichtlinearen Rechnung gut übereinstimmen. Für den Zeitpunkt $t = \infty$ werden die Steifigkeiten der Stützen infolge Schwinden und Kriechen des Betons stark vermindert, so dass die zusätzlichen Biegebeanspruchungen infolge Zwang um ein erhebliches Maß kleiner sind als die mittels einer linearen Rechnung ermittelten Werte.

Auswirkungen der Zwangsbeanspruchungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit

In einer Nebenrechnung werden nun die bleibenden Verformungen der Stützen bestimmt und näherungsweise durch eine zusätzliche Schiefstellung berücksichtigt. Wird an dem System mit dieser zusätzlichen Ausmitte eine Rechnung mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften (ohne Schwinden und Kriechen) durchgeführt, dann ist die Bedingung für die korrekte Vorverformung, dass sich für die Einwirkung Zwang + 1,0 · Eigengewicht die gleichen Verformungen und Schnittgrößen ergeben wie zuvor. Diese Vorgehensweise muss gewählt werden, da es mit den entwickelten Rechenalgorithmen nicht möglich ist, die plastischen Dehnungen direkt auf Querschnittsebene zu berücksichtigen.

Die so ermittelten bleibenden Vorverformungen werden jetzt bei der Rechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit zusätzlich berücksichtigt, so dass sich eine geänderte Schnittgrößenverteilung ergibt (Tabelle 6.2). In der ersten Zeile mit den Ergebnissen ist zum Vergleich die Rechnung ohne Zwangsbeanspruchungen dargestellt. Für die am höchsten beanspruchte Stütze Nr. 4 ($M_y = -173,23$ kNm, $N_x = -630,5$ kN) ergibt sich beim Sicherheitsnachweis mit den Bemessungswerten der Baustoffeigenschaften eine zusätzliche Sicherheit von $\gamma = 1,011$.

Tabelle 6.2 Biegemomente bei Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Änderung der Dachbinder	Biegemoment M_y in kNm bei Stütze			
	①	②	③	④
keine (Ausgangsrechnung)	-148,32	-180,43	-180,41	-173,23
wird um je 1,5 cm kürzer	-155,77	-184,96	-178,30	-167,09
wird um je 1,5 cm länger, Laststeigerung nur bis 99,6% der Maximallast möglich	-146,54	-184,47	-190,36	-179,91 $\gamma = 0,949$

Für den Fall, dass die Dachbinder um jeweils 1,5 cm kürzer werden, wird der luvseitigen Stütze Nr. 1 durch die Verkürzung der Dachbinder das Auflager am Stützenkopf teilweise entzogen (Verringerung der Koppelkraft), so dass diese Stütze höher beansprucht wird. Gleiches gilt für die Innenstütze Nr. 2. Entsprechend verringern sich zwar für die Stützen 3 und 4 die Beanspruchungen, die leeseitige Stütze (4) ist jedoch immer noch am höchsten ausgenutzt und besitzt beim Querschnittsnachweis mit den Bemessungswerten der Baustoffeigenschaften eine zusätzliche Sicherheit von $\gamma = 1,07$. Die äußere Belastung könnte also noch weiter gesteigert oder die Bewehrung entsprechend verringert werden.

Für den zweiten Fall der Zwangsbeanspruchung, bei dem die Dachbinder um jeweils 1,5 cm länger werden, kann ein konvergentes Ergebnis nur bis 99,6% der maximalen Belastung erreicht werden. Durch den in diesem Bereich nahezu horizontalen Verlauf der Last-Verformungs-Linie bricht die Rechnung bei weiterer Laststeigerung mit einer nicht im Gleichgewicht stehenden Kraft ab (Bild 6.56).

Die Koppelkraft, die Stütze 1 auf den Rest des Systems überträgt, wird erhöht. Insbesondere die leeseitige Stütze Nr. 4 erhält dadurch eine größere Beanspruchung, die vom Querschnitt letztendlich nicht mehr aufgenommen werden kann. Für die maximale Schnittgrößenkombination dieser Stütze ($M_y = -179,91 \text{ kNm} / N_x = -630,5 \text{ kN}$) ergibt sich für den Ausgangsquerschnitt ($A_s = 11,3 \text{ cm}^2$) nur noch ein Sicherheitsindex von $\gamma = 0,949$. Erst bei Erhöhung der Bewehrung auf $A_s = 11,9 \text{ cm}^2$ ist die Querschnittstragfähigkeit sichergestellt. Die sich mit diesem Querschnitt am Fußpunkt ergebenden Biegebeanspruchungen sind in Tabelle 6.3 dargestellt.

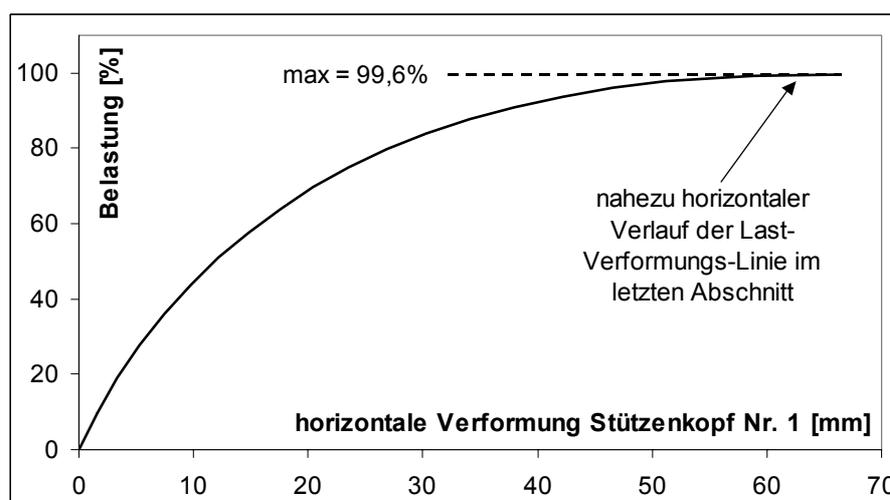


Bild 6.56 Last-Verformungs-Linie für den Grenzzustand der Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Verlängerung der Dachbinder

Tabelle 6.3 Biegemomente bei Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Änderung der Dachbinder	Biegemoment M_y in kNm bei Stütze			
	①	②	③	④
wird um je 1,5 cm länger	-136,36	-169,86	-177,39	-177,23

6.3.5 Schlussfolgerung

Mittels einer nichtlinearen Berechnung des Systems kann das reale Tragverhalten der gekoppelten Stützen näherungsweise erfasst werden. Eine Optimierung der Struktur im Hinblick auf die Querschnittsabmessungen und die Bewehrungsmenge ist dadurch sehr leicht möglich.

Wird jedoch nur eine linear-elastische Rechnung durchgeführt, so lassen sich die realen Zusammenhänge nur über Vereinfachungen erfassen. Im Fall des vorgestellten Hallen-tragwerks ist dies einmal die Annahme für die höhere Biegesteifigkeit der mittleren Stützen. Als zweites führt insbesondere die vereinfachte Annahme des Verkrümmungsverlaufes bei Anwendung des Modellstützenverfahrens zu den großen Unterschieden beim Vergleich mit der nichtlinearen Rechnung (Bild 6.57). Eine Verbesserung dieser vereinfachten Annahmen wäre nur bei Kenntnis der genauen Zusammenhänge möglich, was jedoch wiederum eine nichtlineare Rechnung voraussetzt.

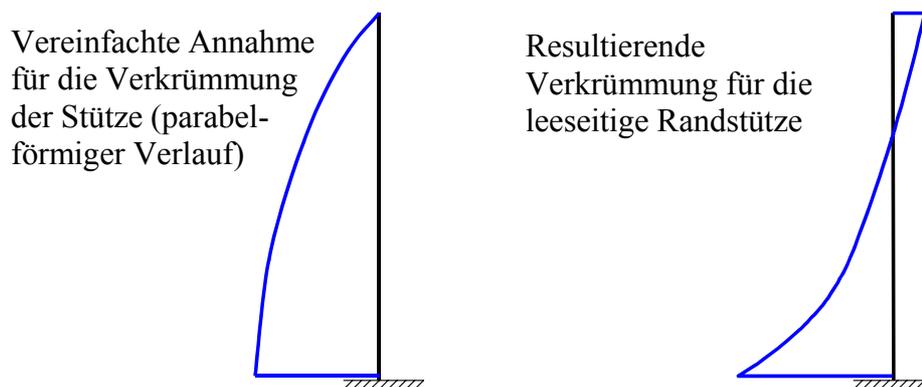


Bild 6.57 Vereinfachter und genauer Verkrümmungsverlauf für die Randstütze 4

Die Längenänderung der Dachbinder hat einen signifikanten Einfluss auf die Tragfähigkeit des Systems, da eine Änderung der Koppelkräfte zwischen den Stützen stattfindet. Die Verkürzung der Dachbinder, wie sie vor allem bei Spannbetonträgern auftritt, ergab beim untersuchten Beispiel eine erhöhte Tragfähigkeit.

Bei schlaff bewehrten und vor allem auf der Unterseite aufgelagerten Dachbalken ergibt sich infolge der Verlängerung der Träger eine geringere Beanspruchbarkeit des Systems.

Dieser Umstand ist vor allem dann wichtig, wenn die Bewehrung des Dachbinders im Grenzzustand der Tragfähigkeit die Fließgrenze überschreitet und eine große positive Achsendehnung resultiert.

Damit stellt sich abschließend die Frage, ob eine derartige Längenänderung der Dachbinder in einer statischen Berechnung berücksichtigt werden sollte. Infolge der bisher üblichen Bemessung dieser Systeme unter Nutzung einer Vielzahl von Vereinfachungen ergeben sich im Normalfall sehr sichere Tragwerke, die durch die Umlagerung von Schnittgrößen erhebliche Tragreserven aufweisen. Eine Berücksichtigung ist für diesen Fall demzufolge nicht erforderlich.

Wird die Bemessung jedoch auf Grundlage einer nichtlinearen Rechnung durchgeführt und die mögliche Verlängerung des Dachbinders vernachlässigt, dann tritt das rechnerische Versagen des Systems für das untersuchte Beispiel bei ca. 95% der maximalen Belastung auf. Bei anderen Hallentragwerken mit geänderten Systemabmessungen kann dieser Wert sowohl nach oben als auch nach unten abweichen. Aus diesem Grund wäre eine pauschal anzusetzende Längenänderung des Dachbalkens von 1 mm/m sinnvoll. Durch Ansatz als äquivalente Temperaturdehnung kann dieses zusätzliche Sicherheitselement auch in solchen Rechenprogrammen angewandt werden, die mit einer nichtlinearen Momenten-Verkrümmungs-Beziehung arbeiten, eine Achsendehnung jedoch nicht berücksichtigen. Der zusätzliche Aufwand, den dieser weitere Lastfall erfordert, sollte für den Aufsteller der Statik im Hinblick auf eine sehr wirtschaftliche Konstruktion vernachlässigbar sein.

6.4 Weitere Parameterstudien und durchgeführte Untersuchungen

Weitere Untersuchungen zum Tragverhalten gekoppelter Stützen mit einer Variation der Systeme wurden in mehreren Diplom- und Vertiefararbeiten im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH durchgeführt [6, 7]. Dabei stand vor allem die Umlagerung der Beanspruchungen von den äußeren auf die mittleren Stützen im Vordergrund. Durch eine realitätsnahe nichtlineare Berechnung konnte der Ausnutzungsgrad vor allem der mittleren Stützen gesteigert sowie die Bewehrungsmenge und Querschnittsabmessungen aller Stützen minimiert werden. Die Auswirkungen einer Längenänderung der Dachbinder auf die Stützentragsfähigkeit wurden ebenfalls untersucht.

Weitere Untersuchungen fanden zu Zwangsbeanspruchungen von Deckenplatten und Durchlaufträgern im Hochbau statt [2, 4] sowie bei monolithisch oder teilmonolithisch erstellten Brückentragwerken [3, 5].

6.5 Literaturverweise

- [1] Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045-1, Band 1: Hochbau: Beispiel 10: Hochbau - Randstütze, Verlag Ernst & Sohn, 2002.
- [2] *Cordes, J.-E.*: Untersuchungen zum nichtlinearen Berechnen von Stahlbetontragwerken. Diplomarbeit im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH, 04/2002.
- [3] *Wichers, M.*: Untersuchungen zu fugenlosen Bauverfahren am Beispiel einer Brücke über die Bahnstrecke Lübeck - Hamburg. Diplomarbeit im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH, 07/2002.
- [4] *Holm, O.*: Auswirkungen der Dehnung der Systemachse von Flach- und Unterzugdecken infolge des Aufreißens. Diplomarbeit im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH, 08/2002.
- [5] *Hermann, F.*: Untersuchungen zu fugenlosen Bauverfahren am Beispiel einer langen Talbrücke. Diplomarbeit im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH, 02/2003.
- [6] *Dührkop, J., Adwiraah, H.*: Untersuchungen zum Tragverhalten gekoppelter Stützen. Vertieferarbeit im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH, 04/2003.
- [7] *Lühr, H.*: Anwendung nichtlinearer Berechnungsverfahren bei Stützen und zwangsbeanspruchten Deckenkonstruktionen. Diplomarbeit im Arbeitsbereich Massivbau der TUHH, 04/2003.